

APÉNDICE H

H. APROXIMACIÓN ESTOCÁSTICA

Para comprender el contenido de este Apéndice se requiere el estudio previo de la sección 13.2 y 13.3, en esta última sección se introduce el concepto de riesgo empírico y riesgo esperado, que utilizamos aquí.

La aproximación estocástica (Robbins y Monroe, 1951) es un método en el cual los parámetros en una función de aproximación se estiman secuencialmente. Para cada dato individual que se presenta se obtiene la estima del parámetro o parámetros. Este método es consistente, lo que significa que bajo algunas condiciones suaves, a medida que el número de muestras que se presentan al sistema crece, el riesgo empírico y el riesgo esperado convergen al mínimo riesgo posible. Para demostrar el método de aproximación estocástica, recurrimos a la definición de riesgo funcional esperado,

$$R(w) = \int L(\mathbf{z}, w) p(\mathbf{z}) d\mathbf{z} \quad (\text{H.1})$$

El procedimiento de aproximación estocástica para minimizar el riesgo con respecto a los parámetros w es

$$w(k+1) = w(k) - \gamma_k \text{grad}_w L(\mathbf{z}_k, w(k)), \quad k = 1, \dots, n, \dots \quad (\text{H.2})$$

donde $\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_n$ es la secuencia de muestras presentada. Esta estima resulta ser consistente dado que $\text{grad}_{\mathbf{w}} L(\mathbf{z}_k, \mathbf{w}(k))$ y γ_k cumplen algunas condiciones generales. En concreto la razón de aprendizaje γ_k verifica,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \gamma_k = 0, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k = \infty \quad \text{y} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k^2 < \infty \quad (\text{H.3})$$

La motivación inicial de este método fue generar estimas de parámetros en tiempo real según se recogían los datos. Esto difiere de las formas más comunes de estimación donde un número finito de muestras se requieren en el mismo instante para formar una estima. Algunos beneficios prácticos de la aproximación estocástica es que evita el almacenaje de un gran número de datos y que las estimas se adaptan a sistemas que generan cambios de datos lentamente.

En muchas aplicaciones, no obstante, la aproximación estocástica se aplica aunque los datos no se reciban secuencialmente, que es lo que se hace la mayoría de las veces en los métodos de reconocimiento de patrones. Así un conjunto de datos almacenados previamente se pueden presentar al algoritmo estocástico un cierto número de veces. Esto es lo que se conoce como el *reciclado*. Los algoritmos de aproximación estocástica consisten básicamente en muchas repeticiones de una fórmula de actualización. El mayor problema en este tipo de algoritmos está en saber cuándo hay que parar en el proceso de actualización. Uno de los métodos para saber cuándo hay que parar consiste en comprobar el valor del gradiente para cada muestra presentada. Si el gradiente cae por debajo de un determinado umbral, la estima de los parámetros se estabiliza y el aprendizaje se detiene. En esta condición de parada, la aproximación estocástica obedece el principio inductivo MRE. No obstante, si el aprendizaje se detiene prematuramente, antes de que se alcancen valores pequeños del gradiente, la aproximación estocástica no realizará la minimización de riesgo empírico.