

CORRIENTE ALTERNA MONOFÁSICA Y TRIFÁSICA

OBJETIVOS:

- ▶ Exponer los conceptos básicos de los circuitos en corriente alterna monofásica y trifásica.
- ▶ Describir las magnitudes y fórmulas fundamentales de los circuitos en corriente alterna monofásica y trifásica.
- ▶ Analizar la mejora del factor de potencia de una instalación.
- ▶ Resolver problemas de cálculos básicos de circuitos de corriente alterna monofásica y trifásica.

1.1 CORRIENTE ALTERNA MONOFÁSICA

Considérese el caso general de un circuito eléctrico formado por una resistencia R , inductancia L y capacidad C (figura 1.1). Este circuito ofrece al paso de la corriente alterna una dificultad denominada impedancia Z :

- En la resistencia R , la tensión V_R en bornes, figura 1.2, está en fase con la intensidad I que circula por ella, produciéndose una potencia activa P que origina un consumo energético en forma de **calor** (Ley de Joule, $\text{Calor} = 0,24 I^2 R t$ calorías).
- En la reactancia inductiva X_L , la tensión V_L en bornes, figura 1.2, está adelantada 90° respecto a la intensidad I que circula por ella, produciéndose una potencia reactiva inductiva Q_L , necesaria para producir los **campos magnéticos** del circuito, produciéndose una fluctuación de energía (consumo-aporte) entre el circuito y la red, de tal manera que, en principio, no supone un consumo energético por parte de la inductancia, figura 1.2.
- En la reactancia capacitiva X_C , la tensión V_C en bornes, figura 1.2, está atrasada 90° respecto a la intensidad I que circula por ella, produciéndose una potencia reactiva Q_C , necesaria para producir los **campos eléctricos** del circuito. Ahora también se produce una fluctuación de energía (consumo-aporte) entre el circuito y la red (de sentido contrario a la inductiva), de tal manera que, en principio, tampoco supone un consumo energético por parte del condensador, figura 1.2.

En la práctica, tanto a una bobina como a un condensador, les corresponden una potencia activa P , debido, en el caso de la bobina, a la resistencia del conductor, pérdidas de Foucault e histéresis del núcleo; y en el caso del condensador debido a las pérdidas en su dieléctrico.

Si el circuito eléctrico alimenta un motor, éste desarrolla: una potencia activa P que se transforma en trabajo mecánico y, en menor cuantía, en calor; y una potencia reactiva inductiva Q_L debida a los campos magnéticos de las bobinas de dicho motor.

El valor de estas magnitudes así como diferentes formas de expresión se muestran en las figuras 1.1 y 1.2.

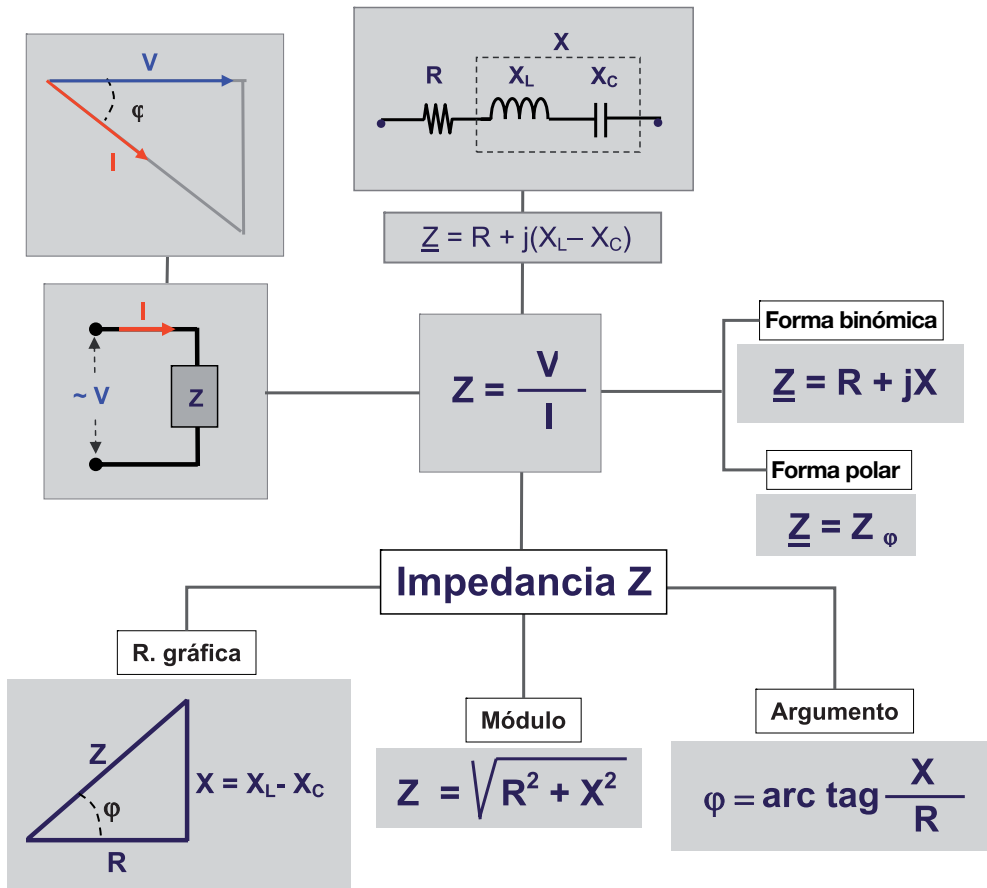


Figura 1.1. Impedancia Z

En c.a. la tensión y la intensidad son magnitudes sinusoidales, caracterizadas por:

- La frecuencia f (50 hercios en la mayoría de los países).
- Valor instantáneo (v , i) es el valor de la tensión o intensidad en cada instante.
- Valor máximo (V_0 , I_0), o valor de pico, es el máximo valor que toma la sinusoide.

- Valor eficaz (V, I) es el valor que tendría una intensidad o tensión continua que produjera los mismos efectos caloríficos que la magnitud alterna, al aplicarla sobre una misma resistencia. Su valor es el máximo de la magnitud (V o I) dividido por $\sqrt{2}$.

Es frecuente representar las magnitudes de la c.a. mediante vectores (representación vectorial o de Fresnel), figura 1.2, así, una variación sinusoidal como:

$$i = I_0 \text{ sen } (\omega t + \varphi)$$

puede ser representada como *la proyección sobre el eje vertical* de un vector que gira a una velocidad angular ω alrededor del origen en el plano XOY en el sentido contrario a las agujas de un reloj. A este vector se le denomina **fasor**.

$$\underline{I} = I_0 \varphi$$

Ejemplo: la intensidad $i = 3\sqrt{2} \text{ sen } (\omega t + \pi/2)$ en forma de fasor es:

$$\underline{I} = 3\sqrt{2} \pi/2$$

Como los valores de uso frecuente son los eficaces, los fasores se suelen representar tomando el valor eficaz (valor máximo/ $\sqrt{2}$) para el módulo, es decir, que la magnitud anterior se representaría por:

$$\underline{I} = 3 \pi/2$$

O también:

$$\underline{I} = 3 \text{ }_{90^\circ}$$

De acuerdo con lo anterior, la impedancia \underline{Z} de un circuito, caracterizada por su módulo Z y argumento φ , se puede expresar en forma polar y en forma binómica, figura 1.1. De la misma manera se puede hacer con el resto de las magnitudes: tensión, intensidad y potencias, figura 1.6.

La representación gráfica de las magnitudes de c.a. mediante vectores no significa que éstas sean vectores de la misma forma que las fuerzas, por ejemplo, sino que su estudio se puede hacer mediante vectores (fasores), tal como se indicó más arriba. Esta forma de proceder facilita enormemente el cálculo.

En la figura 1.2 se hace una representación gráfica de los valores instantáneos y de los fasores, de las magnitudes características en un circuito R-L-C.


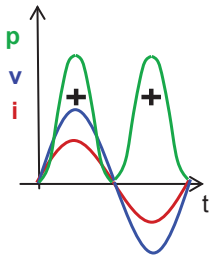
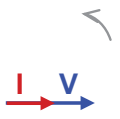

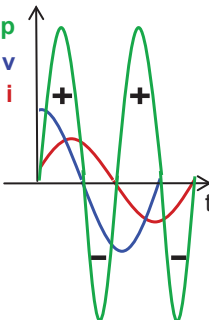
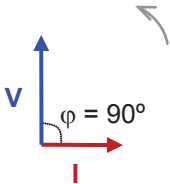

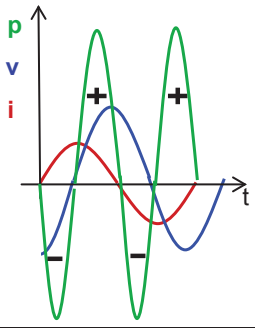
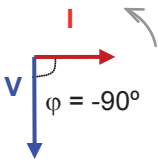
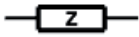
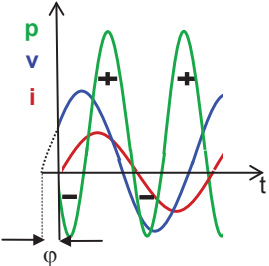
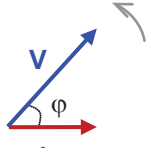
ELEMENTOS PASIVOS EN C. A.			
ELEMENTO	MAGNITUDES	VALOR INSTANTÁNEO	FASORES
Resistencia  R	$Z = R$ $\varphi = 0^\circ$ $P = I^2 R$ $Q = 0$		
Reactancia inductiva  X_L	$Z = X_L = \omega \cdot L$ $\varphi = 90^\circ$ $P = 0$ $Q_L = I^2 X_L$		
Reactancia capacitiva  X_C	$Z = X_C = 1/(\omega \cdot C)$ $\varphi = -90^\circ$ $P = 0$ $Q_C = -I^2 X_C$		
Impedancia R-L-C en serie  Z	$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ $\varphi = \arccos R/Z$ $P = V I \cos \varphi$ $Q = V I \sin \varphi$		 $\varphi > 0 \Rightarrow Z \text{ ind.}$ $\varphi < 0 \Rightarrow Z \text{ cap.}$

Figura 1.2. Ley de Ohm en c.a.

1.2 CIRCUITO R-L-C EN SERIE. CIRCUITOS EN SERIE

A continuación se hace el estudio del circuito R-L-C, figura 1.3, recorrido por una intensidad I . Teniendo en cuenta las tensiones parciales en cada elemento, V_R , V_L y V_C , figura 1.2, se obtienen la tensión total V , el ángulo φ que forman la tensión y la intensidad y el triángulo de tensiones del circuito.

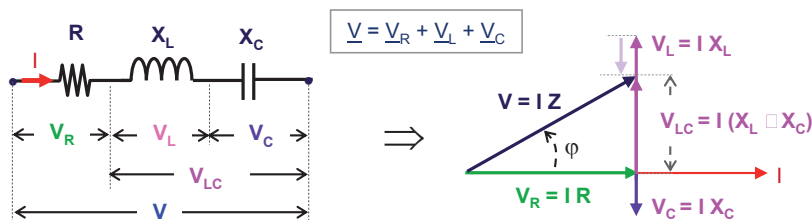


Figura 1.3. Circuito R-L-C

Una vez construido el gráfico de tensiones, figura 1.3, dividiendo el mismo por I , se obtiene el triángulo de impedancias, y multiplicando el triángulo de tensiones por I , se obtiene el triángulo de potencias, figura 1.4.

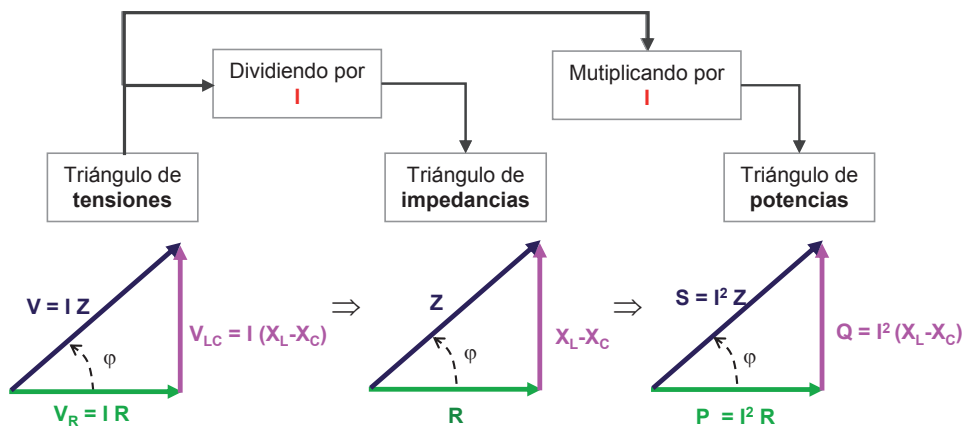


Figura 1.4. Circuito R-L-C. Triángulo de tensiones, de impedancias y de potencias

En la figura 1.5 se tiene un esquema fotográfico y un esquema simbólico de un circuito en c.a. monofásica con los aparatos de medidas correspondientes a cada una de las magnitudes indicadas.

Se denomina factor de potencia (f.d.p.) al cociente entre la potencia activa y la potencia aparente de un circuito:

$$\text{f.d.p.} = \frac{P}{S}$$

El f.d.p. es un indicador del correcto aprovechamiento de la energía eléctrica. El origen de un bajo factor de potencia en una instalación son las cargas de naturaleza inductiva, principalmente motores de inducción, luces fluorescentes, equipos electrónicos y formas de onda distorsionadas (armónicas).

Por otra parte, del triángulo de potencias, figura 1.4, el $\cos \varphi$ tiene por valor:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

Es decir que ambos valores coinciden. Esto es así en un sistema sin armónicos. En un sistema con armónicos, el f.d.p. es inferior al $\cos \varphi$.

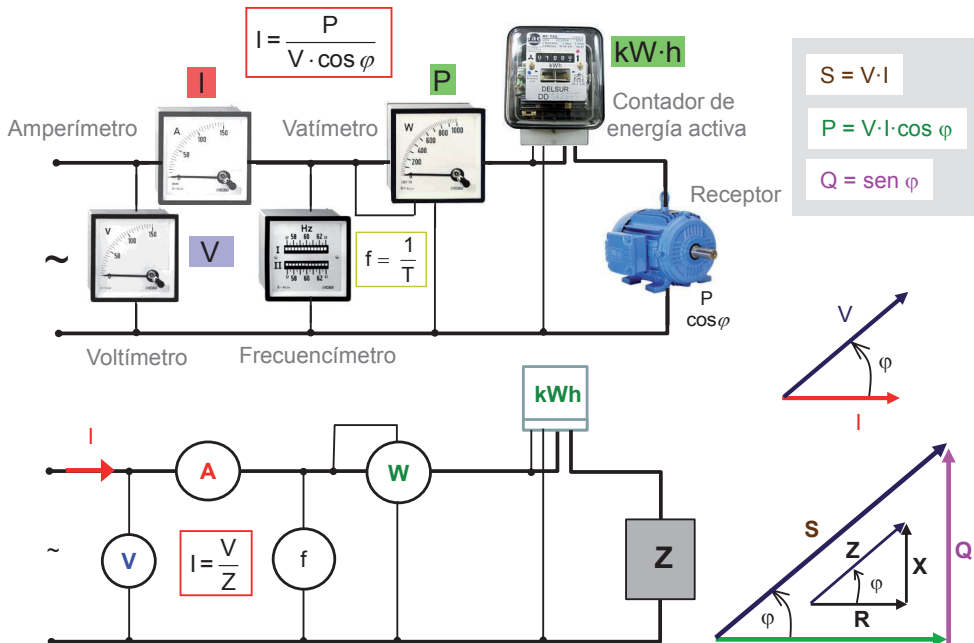


Figura 1.5. Circuito en C.A. con aparatos de medida

En la figura 1.6 se hace un resumen de las diferentes magnitudes y diferentes formas de expresión del circuito R-L-C.

CIRCUITO R-L-C			
MAGNITUD	FORMA POLAR	FORMA BINÓMICA	MÓDULO
Intensidad	$I_{ \beta^\circ}$	$\underline{I} = I_a + j \cdot I_r$	$I = \sqrt{I_a^2 + I_r^2}$
Tensión	$V_{ \alpha^\circ}$	$\underline{V} = V_a + j \cdot V_r$	$V = \sqrt{V_a^2 + V_r^2}$
Resistencia	$R_{ 0^\circ}$	R	R
Reactancia inductiva	$X_{L 90^\circ}$	$j \cdot X_L$	$X_L = \omega L$
Reactancia capacitiva	$X_{C -90^\circ}$	$-j \cdot X_C$	$X_C = \frac{1}{\omega C}$
Impedancia	$Z_{ \varphi^\circ} = R_{ 0^\circ} + X_{L 90^\circ} + X_{C -90^\circ}$	$\underline{Z} = R + j \cdot (X_L - X_C)$ $R = Z \cdot \cos \varphi$ $X_L - X_C = Z \cdot \sin \varphi$	$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$
Ley de Ohm	$V_{ \alpha^\circ} = I_{ \beta^\circ} Z_{ \varphi^\circ}$	$\underline{V} = V_a + j \cdot V_r$	$V = I \cdot Z$
Potencias	$\underline{S} = V_{ \alpha^\circ} I_{ \beta^\circ}^*$	$\underline{S} = P + j \cdot Q$	$S = V \cdot I$
			$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi$
			$Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi$
Factor de potencia	$f.d.p. = \frac{P}{S} = \cos \varphi = \frac{R}{Z}$		
Nota: $I_{ \beta^\circ}^* =$ Conjugado de $I_{ \beta^\circ}$			

Figura 1.6. Resumen del circuito R-L-C

En referencia a las diferentes potencias, para poder indicar de cuál de las tres potencias se está hablando se ha definido una unidad especial para cada una. La potencia activa P está expresada en vatios [W], la potencia reactiva Q, en voltioamperios reactivos [VAr] y la potencia aparente S, en voltioamperios [VA].

Si el circuito en serie dispone de varias resistencias R_i , inductancias L_i y capacidades C_i , se hallan las magnitudes equivalentes de cada una de ellas, sabiendo que, en serie:

$$R_E = \Sigma R_i \quad [1.1]$$

$$L_E = \Sigma L_i \quad [1.2]$$

$$1/C_E = \Sigma 1/C_i \quad [1.3]$$

1.3 CIRCUITOS EN PARALELO

La resolución de circuitos de c.a. en paralelo puede hacerse de varias formas: método de las intensidades, método de las potencias y método de la impedancia equivalente.

A continuación, se aplica cada uno de los métodos al circuito de la figura 1.7.

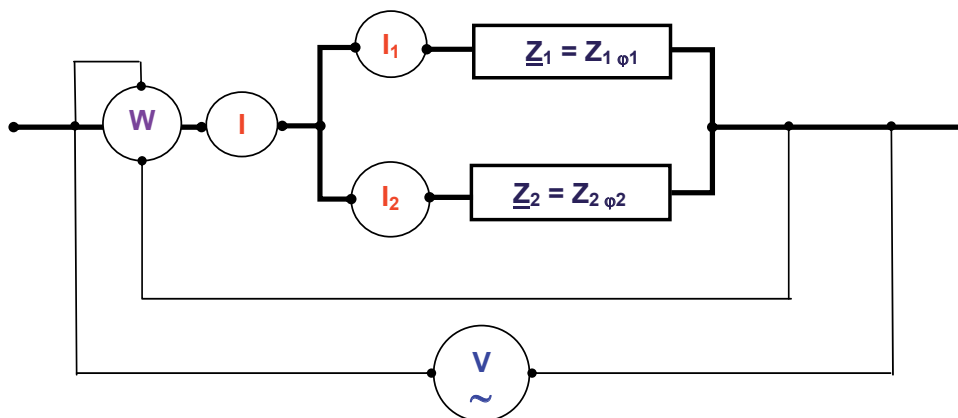


Figura 1.7. Circuito de c.a. en paralelo

1.3.1 Método de intensidades parciales

A partir de las intensidades en cada derivación se obtiene la intensidad total I , figura 1.8, de donde se puede obtener el f.d.p. y después la potencia P .

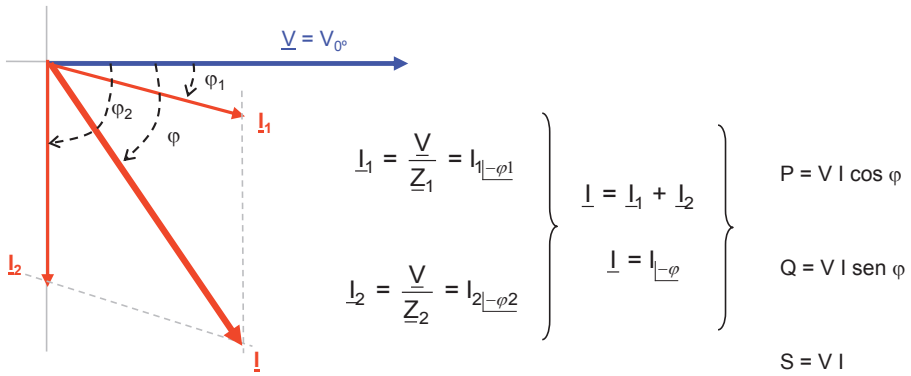


Figura 1.8. Circuito de c.a. en paralelo. Método de las intensidades parciales

1.3.2 Método de las potencias (Método de Boucherot)

Se suman las potencias activas por una parte y las potencias reactivas por otra, figura 1.9, a partir de lo cual se puede obtener el f.d.p. del circuito y por consiguiente la intensidad I y la potencia P.

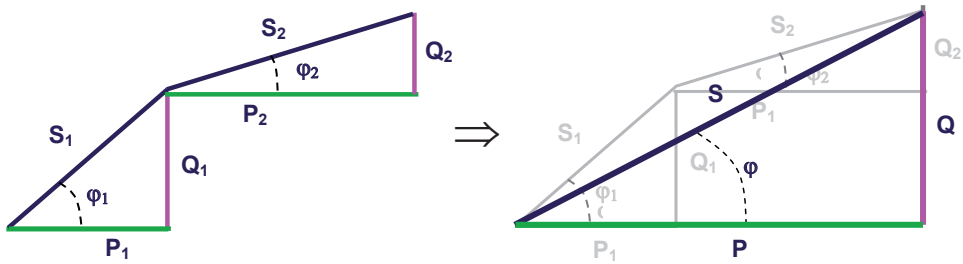


Figura 1.9. Circuito de c.a. en paralelo. Método de las potencias

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= V I_1 \cos \varphi_1 \\ P_2 &= V I_2 \cos \varphi_2 \end{aligned} \right\} P = P_1 + P_2$$

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= V I_1 \sin \varphi_1 \\ Q_2 &= V I_2 \sin \varphi_2 \end{aligned} \right\} Q = Q_1 + Q_2$$

$$\tag \varphi = \frac{Q}{P} = \frac{Q_1 + Q_2}{P_1 + P_2} \Rightarrow I = \frac{P}{V \cos \varphi}$$

1.3.3 Método de la impedancia equivalente

Se halla la impedancia equivalente \underline{Z}_E del circuito, al estar en paralelo $1/\underline{Z}_E = \Sigma 1/\underline{Z}_i$, en el caso del esquema de la figura 1.7, se tiene como resultado el equivalente mostrado en la figura 1.10:

$$\frac{1}{\underline{Z}_E} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} \Rightarrow \underline{Z}_E = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

$$\underline{Z}_E = Z_\varphi \quad [1.4]$$

A partir de aquí, se obtiene la intensidad I y la potencia P :

$$I = \frac{V_0}{Z_\varphi}$$

$$P = V I \cos \varphi$$

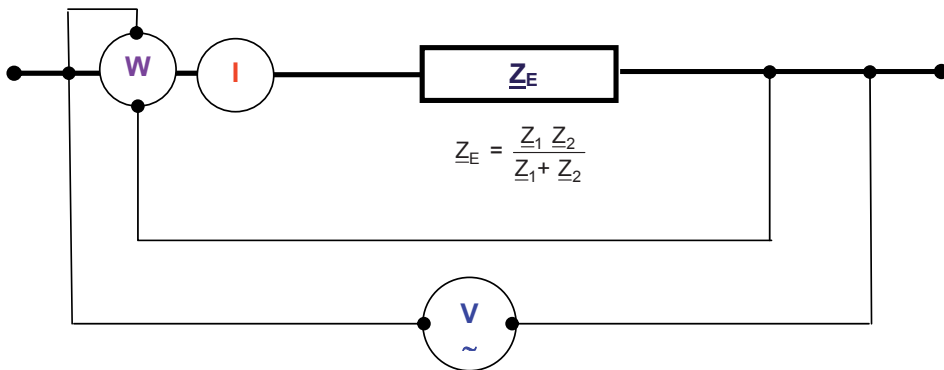


Figura 1.10. Circuito de c.a. en paralelo. Método de la impedancia equivalente

En la práctica, puesto que es usual trabajar con motores, definidos por sus potencias, el método más frecuente es el de Boucherot.

1.4 CORRECCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

En la distribución de energía eléctrica las pérdidas en los conductores se debe al paso de la corriente por ellos ($P_p = I^2 R$). Esto implica que, aun cuando la potencia activa utilizada por el consumidor sea baja, las pérdidas pueden ser elevadas si el factor de potencia es bajo (cargas inductivas en su mayoría). Para una misma tensión

y potencia activa la corriente es mayor a medida que el factor de potencia baja ($P = VI \cos \varphi$).

Por otra parte, los generadores están diseñados para una corriente (y también una tensión) máxima independiente del ángulo de fase, es decir, que están limitados en su potencia aparente y no por la potencia activa que suministran, que puede ser mucho menor.

Lo dicho significa que el máximo aprovechamiento de los generadores y su sistema de distribución se lograrán con un factor de potencia elevado, idealmente igual a uno.

Normalmente el consumidor paga por la potencia activa, pero el coste de instalación y mantenimiento está definido por la potencia aparente, por ello es de interés que ambas se aproximen todo lo posible. De hecho las empresas generadoras incentivan esta condición estableciendo multas por factores de potencia inferiores a cierto valor, y cobrando también la potencia reactiva si ésta excede los límites fijados.

Para corregir un factor de potencia bajo es necesario compensar la componente reactiva, y lo más frecuente es colocar condensadores en paralelo con las cargas inductivas.

Supóngase que se quiere corregir el f.d.p. de la instalación de la figura 1.11, que tiene un $\cos \varphi'$, mediante un condensador de capacidad C (o batería de condensadores) en paralelo, figura 1.12, de tal manera que se quiere obtener en la nueva instalación un $\cos \varphi$.

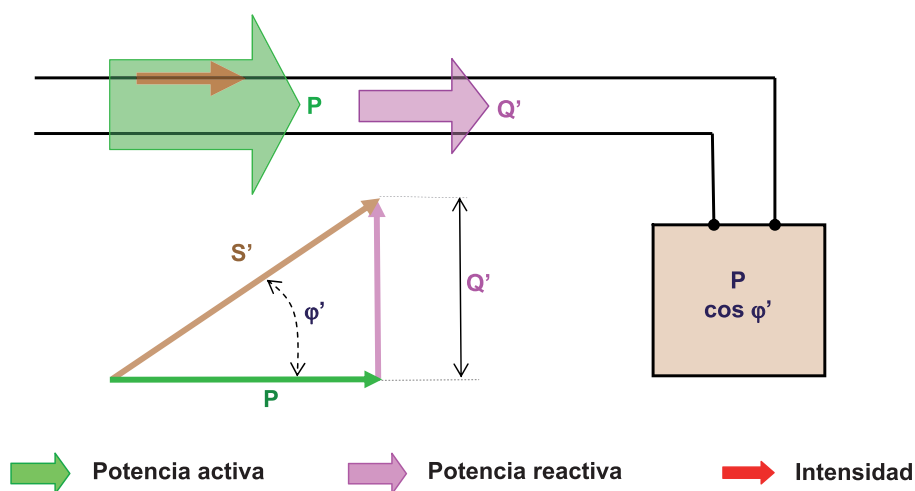


Figura 1.11. Carga inductiva

Antes de la corrección del f.d.p. la instalación consume una intensidad I' :

$$I' = \frac{P}{V \cos \varphi'}$$

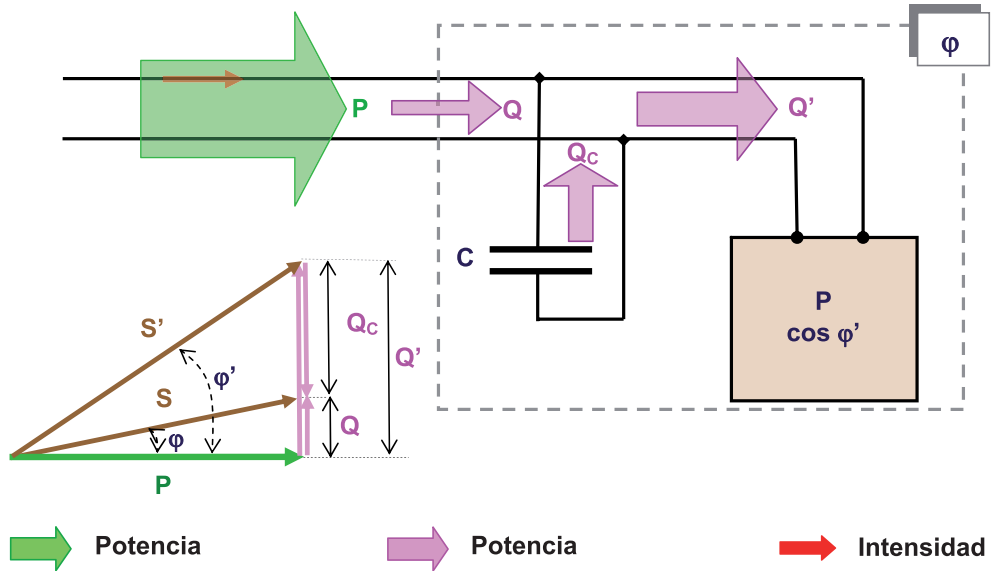


Figura 1.12. Corrección del factor de potencia

La potencia Q_C del condensador C a acoplar, figura 1.12, ha de ser:

$$Q_C = Q' - Q$$

Por otra parte:

$$P \tan \varphi' - P \tan \varphi = Q' - Q$$

La potencia de un condensador es:

$$Q_C = \frac{V^2}{X_C} = V^2 \omega C$$

De donde:

$$P \tan \varphi' - P \tan \varphi = \frac{V^2}{X_C} = V^2 \omega C$$

La capacidad del condensador ha de ser:

$$C = \frac{P \operatorname{tag} \varphi' - P \operatorname{tag} \varphi}{V^2 \omega} \quad [1.5]$$

La intensidad I de la instalación ha disminuido ($\cos \varphi > \cos \varphi'$):

$$I = \frac{P}{V \cos \varphi}$$

Esto es debido a que la potencia reactiva necesaria en la carga P se toma ahora del condensador C y no de la red. Existe un trasiego de energía entre la carga P y el condensador C . Nótese que la intensidad y el f.d.p. de P sigue siendo I y $\cos \varphi$, respectivamente.

Resumiendo, véase la figura 1.13:

Problemas por bajo factor de potencia:

- ☛ Mayor consumo de corriente.
- ☛ Aumento de las pérdidas e incremento de las caídas de tensión en los conductores.
- ☛ Sobrecarga de transformadores, generadores y líneas de distribución.
- ☛ Incremento de la facturación eléctrica por mayor consumo de corriente.

Beneficios por corregir el factor de potencia:

- ☛ Disminución de las pérdidas en conductores.
- ☛ Reducción de las caídas de tensión.
- ☛ Aumento de la disponibilidad de potencia de transformadores, líneas y generadores.
- ☛ Incremento de la vida útil de las instalaciones.
- ☛ Reducción de los costos por facturación eléctrica.

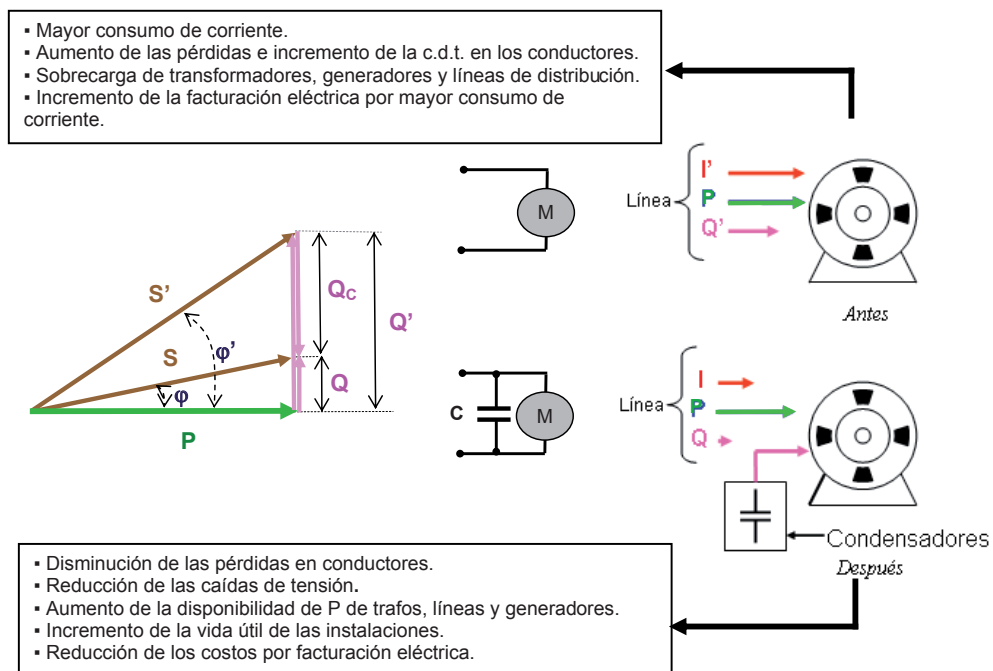


Figura 1.13. Ventajas de la corrección del factor de potencia

Los condensadores necesarios se pueden colocar en la instalación consumidora, figura 1.14, en tres niveles de precisión en la corrección del factor de potencia.

- **Nivel 1.** La compensación se realiza de modo global para toda la instalación, colocando los condensadores a la salida de baja tensión del centro de transformación que alimenta la industria en cuestión. De esta manera se suprimen las penalizaciones por consumo excesivo de energía reactiva y se descarga al centro de transformación, pero la corriente reactiva está presente en la instalación desde este nivel hacia los receptores. Las pérdidas por efecto joule no quedan disminuidas.
- **Nivel 2.** Los condensadores se colocan a la entrada de cada taller o zona dentro de la instalación industrial. La compensación es parcial. Disminuyen las pérdidas por efecto Joule, pero siguen existiendo desde este punto hasta los receptores.

- **Nivel 3.** Los condensadores se colocan en los bornes de cada receptor. La compensación es individual y se produce una optimización total. La intensidad reactiva no está presente en ningún conductor de la instalación.

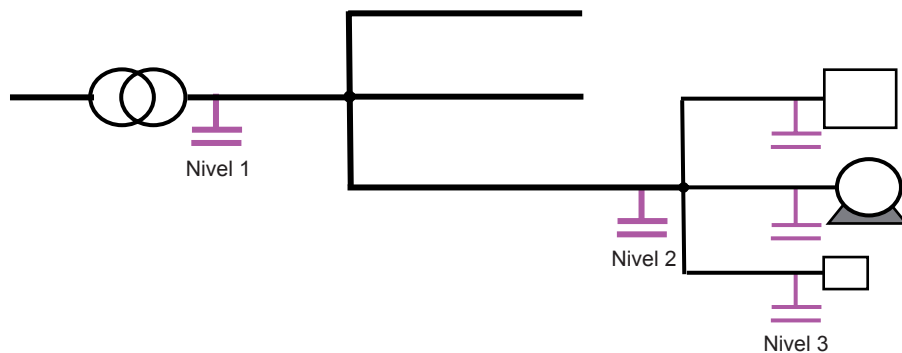


Figura 1.14. Diferentes niveles para la corrección del f.d.p

1.5 CORRIENTE ALTERNA TRIFÁSICA

Un sistema trifásico está formado por **tres conductores activos o fases**, a los que les puede acompañar el conductor **neutro**.

Las cargas en un sistema trifásico, equilibrado en tensiones, pueden tener las siguientes formas:

- Cargas equilibradas en estrella.
- Cargas equilibradas en triángulo.
- Cargas desequilibradas en estrella con neutro.
- Cargas desequilibradas en triángulo.
- Cargas desequilibradas en estrella sin neutro.

A continuación se hace un estudio de cada una de ellas.

1.5.1 Sistema trifásico equilibrado en estrella

Un sistema equilibrado supone que las tres cargas conectadas al sistema son iguales, figura 1.15.

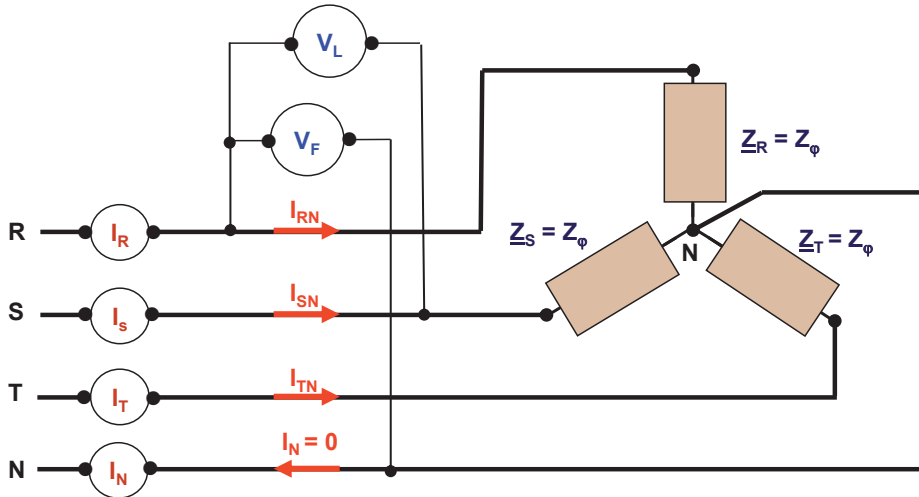


Figura 1.15. Sistema equilibrado. Cargas en estrella

Otra forma de disponer las cargas en estrella, equivalente a la anterior, es la indicada en la figura 1.16.

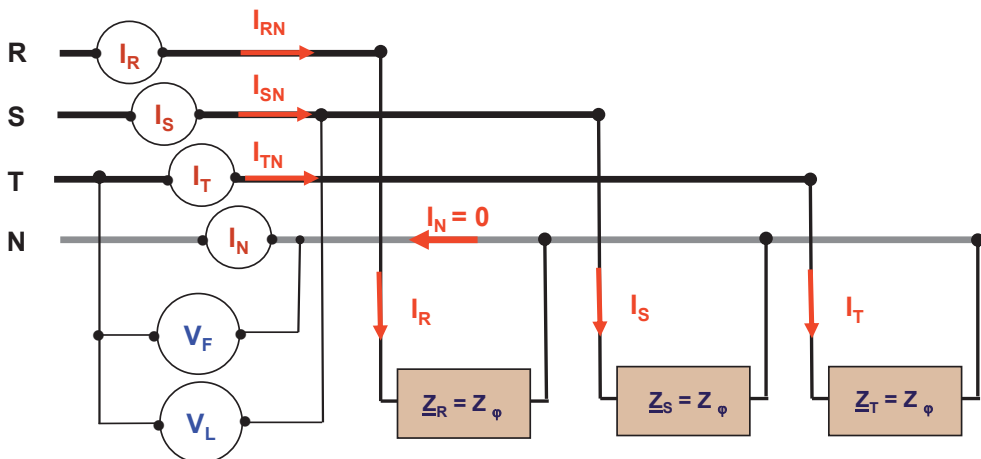


Figura 1.16. Sistema equilibrado. Cargas en estrella

Del diagrama vectorial, figura 1.17, se deduce:

$$\begin{aligned} V_{RN} &= V_{SN} = V_{TN} = V_F \\ V_{RT} &= V_{TS} = V_{SR} = V_L \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$V_L = V_F \cos 30^\circ + V_F \cos 30^\circ = V_F \sqrt{3}$$

$$V_F = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$$

$$I_R = I_S = I_T = I_F = I_L$$

La potencia del sistema es:

$$P = V_{RN} I_R \cos \varphi + V_{SN} I_S \cos \varphi + V_{TN} I_T \cos \varphi$$

Sustituyendo:

$$P = 3 V_F I_F \cos \varphi = 3 \frac{V_L}{\sqrt{3}} I_L \cos \varphi$$

De donde:

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi \quad [1.6]$$

La corriente por el conductor neutro, al ser la suma de tres intensidades iguales desfasadas 120° , es nula, figura 1.15:

$$I_N = I_R + I_S + I_T = 0$$

En un sistema trifásico equilibrado en estrella no es necesario el conductor neutro.

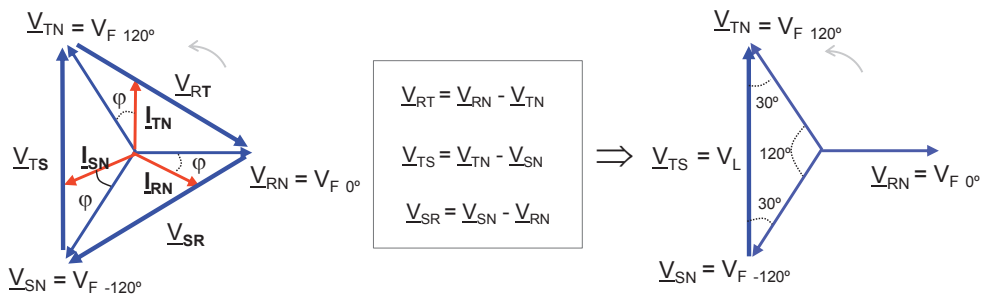


Figura 1.17. Sistema equilibrado. Carga en estrella. Diagrama vectorial

1.5.2 Sistema trifásico equilibrado en triángulo

Se hace el estudio del circuito de la figura 1.18 en el que se disponen tres cargas iguales acopladas en triángulo a un sistema trifásico equilibrado en tensiones.

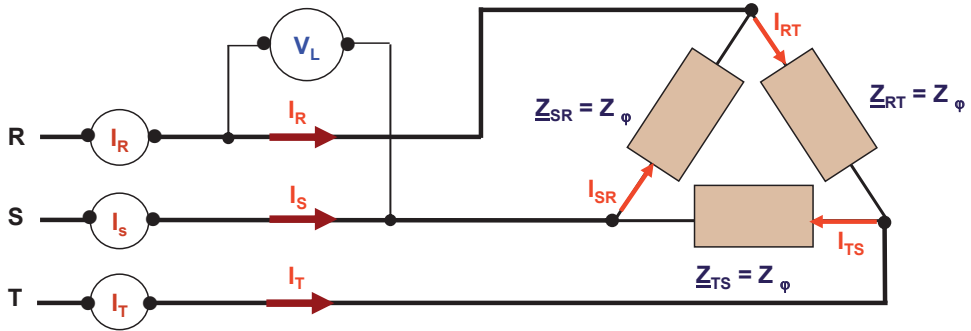


Figura 1.18. Sistema equilibrado. Cargas en triángulo

Otra forma de disponer las cargas en triángulo, equivalente a la anterior, es la indicada en la figura 1.19.

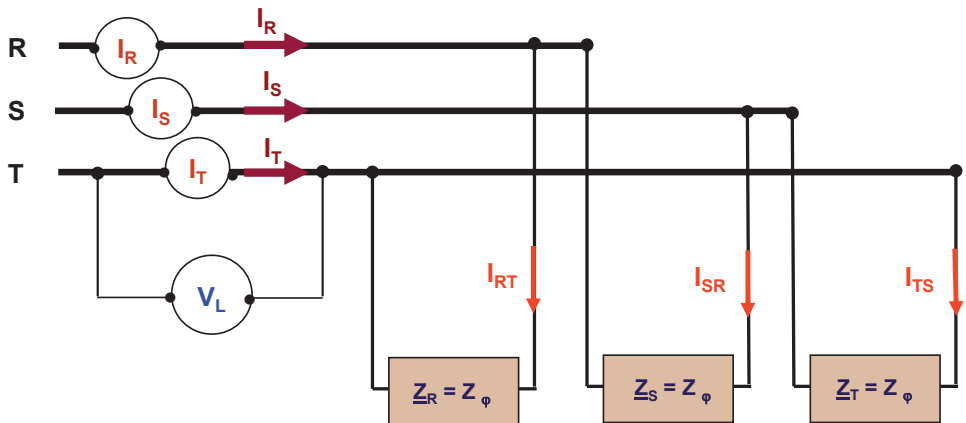


Figura 1.19. Sistema equilibrado. Cargas en triángulo

Del diagrama vectorial, figura 1.20, se deduce:

$$I_{RT} = I_{SR} = I_{TS} = I_F$$

$$I_R = I_S = I_T = I_L$$

Por lo tanto:

$$I_L = I_F \cos 30^\circ + I_F \cos 30^\circ = I_F \sqrt{3}$$

$$I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

$$V_{RT} = V_{SR} = V_{TS} = V_F = V_L$$

La potencia del sistema es:

$$P = V_{RT} I_{RT} \cos \varphi + V_{TS} I_{TS} \cos \varphi + V_{SR} I_{SR} \cos \varphi$$

Sustituyendo:

$$P = 3 V_F I_F \cos \varphi = 3 V_L \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cos \varphi$$

De donde:

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi \quad [1.7]$$

Esta fórmula es idéntica a la correspondiente al acoplamiento en estrella de las cargas. Esto significa que, para el cálculo de la potencia de un sistema trifásico equilibrado, no es necesario conocer el tipo de acoplamiento de la carga, estrella o triángulo, es suficiente conocer la tensión e intensidad de línea y el factor de potencia de la carga.

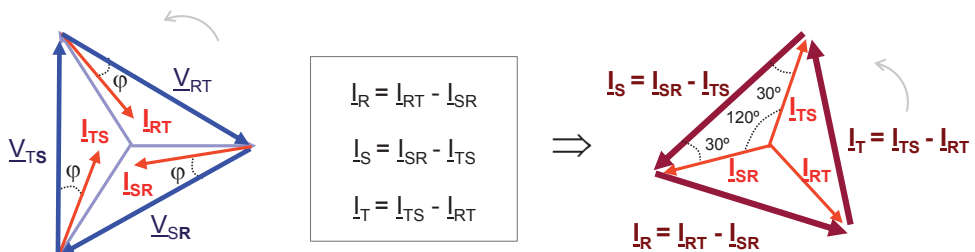


Figura 1.20. Diagrama vectorial de una carga en triángulo equilibrada

1.5.3 Sistema trifásico desequilibrado en estrella con neutro

Se hace el estudio del circuito de la figura 1.21 en el que se disponen tres cargas diferentes acopladas en estrella con neutro a un sistema trifásico equilibrado en tensiones con neutro.

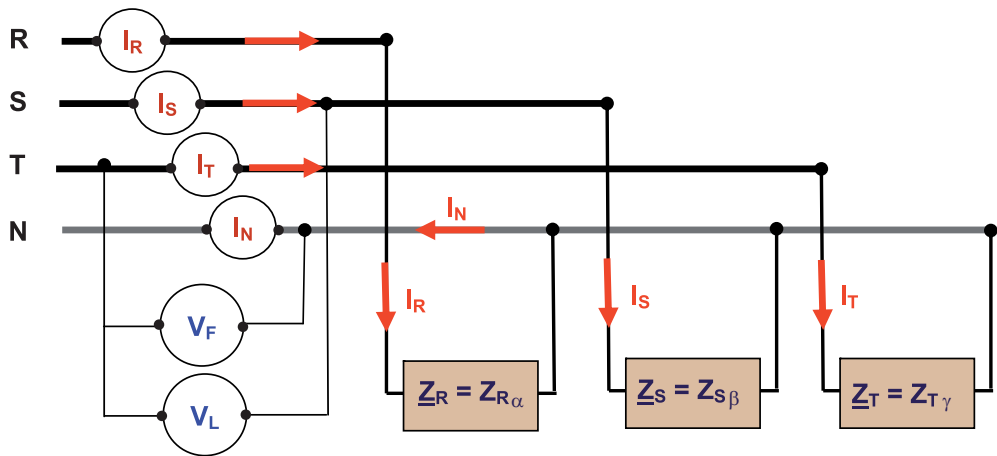


Figura 1.21. Sistema desequilibrado. Cargas en estrella con neutro

En este caso la fórmula de la potencia no se puede simplificar y se tiene:

$$P = V_{RN} I_R \cos \alpha + V_{SN} I_S \cos \beta + V_{TN} I_T \cos \gamma$$

Que equivale a:

$$P = V_F I_R \cos \alpha + V_F I_S \cos \beta + V_F I_T \cos \gamma$$

Con:

$$I_R = \frac{V_F}{Z_R} ; I_S = \frac{V_F}{Z_S} ; I_T = \frac{V_F}{Z_T}$$

Por el conductor neutro, figura 1.19, circula una corriente de valor:

$$I_N = (I_R + I_S + I_T)$$

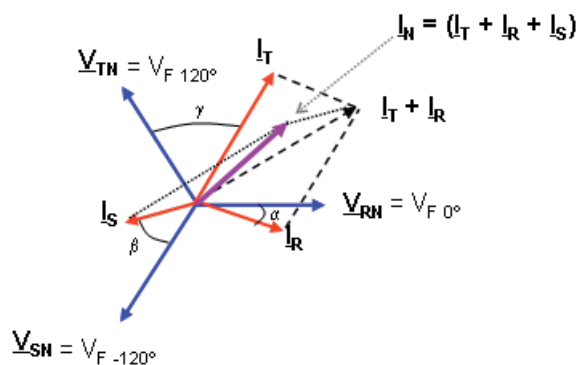


Figura 1.22. Diagrama vectorial. Carga en estrella con neutro. Sistema desequilibrado

1.5.4 Sistema trifásico desequilibrado en triángulo

Se hace el estudio del circuito de la figura 1.23 en el que se disponen tres cargas diferentes acopladas en triángulo a un sistema trifásico equilibrado en tensiones.

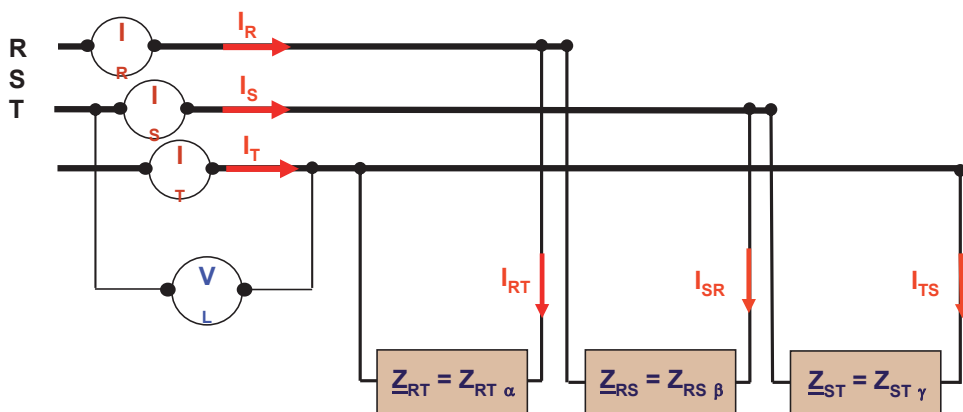


Figura 1.23. Sistema desequilibrado. Cargas en triángulo

$$I_{RT} = \frac{V_{RT}}{Z_{RT}} \quad ; \quad I_{SR} = \frac{V_{SR}}{Z_{SR}} \quad ; \quad I_{TS} = \frac{V_{TS}}{Z_{TS}}$$

Siendo, figura 1.23, las intensidades de la línea:

$$I_R = I_{RT} - I_{SR}$$

$$I_S = I_{SR} - I_{TS}$$

$$I_T = I_{TS} - I_{RT}$$

La potencia del circuito:

$$P = V_{RT} I_{RT} \cos \alpha + V_{SR} I_{SR} \cos \beta + V_{TS} I_{TS} \cos \gamma$$

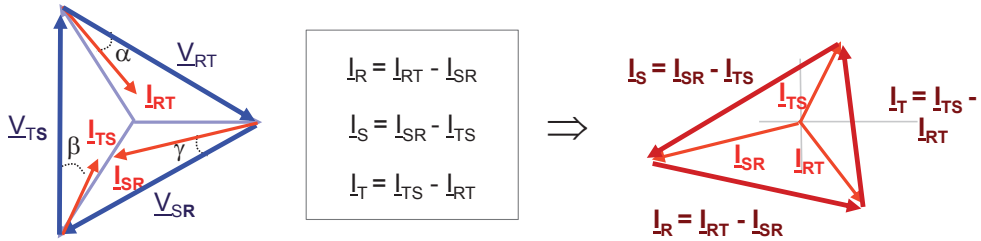


Figura 1.24. Cargas en triángulo. Sistema desequilibrado

1.5.5 Sistema trifásico desequilibrado en estrella sin neutro

Se tiene el circuito de la figura 1.25. El punto común de las tres impedancias (centro estrella) no está al potencial del neutro, como se verá en la demostración, y se designa con la letra “O” en lugar de “N”.

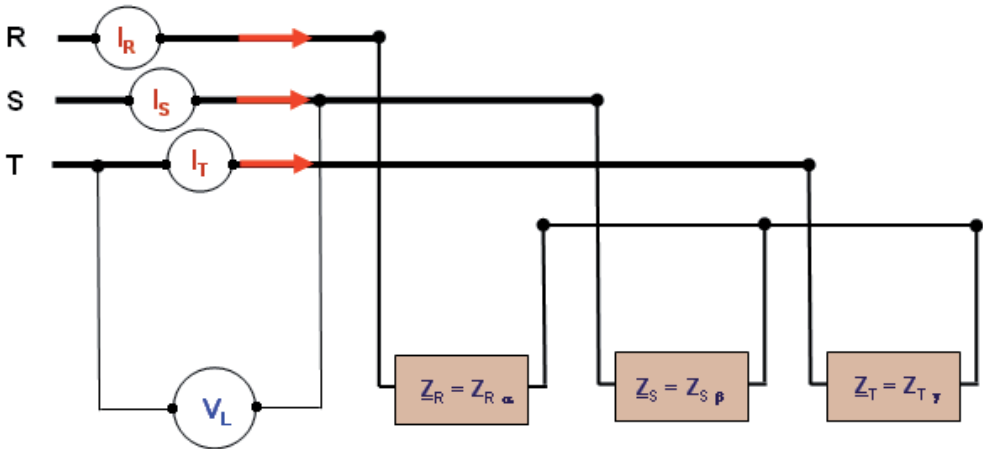


Figura 1.25. Sistema desequilibrado. Carga en estrella sin neutro

Para facilitar el estudio del circuito, se representa en la forma de la figura 1.26.

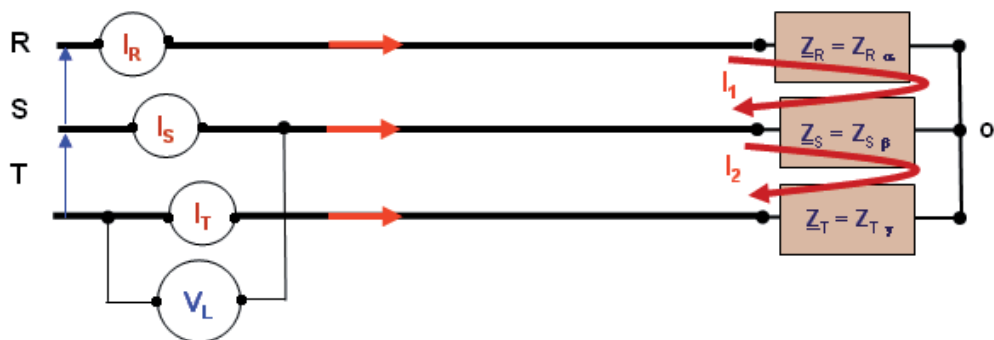


Figura 1.26. Sistema desequilibrado. Carga en estrella sin neutro. Esquema equivalente

Aplicando la Ley de Kirchoff a las mallas RS y ST:

$$\underline{V}_{RS} = (\underline{Z}_R + \underline{Z}_S) \underline{I}_1 - \underline{Z}_S \underline{I}_2$$

$$\underline{V}_{ST} = (\underline{Z}_S + \underline{Z}_T) \underline{I}_2 - \underline{Z}_S \underline{I}_1$$

Ecuaciones que permiten determinar \underline{I}_1 e \underline{I}_2 , que permiten, a su vez, determinar las intensidades de cada carga, pues:

$$\underline{I}_R = \underline{I}_1$$

$$\underline{I}_S = \underline{I}_2 - \underline{I}_1$$

$$\underline{I}_T = -\underline{I}_2$$

Las tensiones en cada impedancia, figura 1.27, se hallan por las ecuaciones:

$$\underline{V}_{RO} = \underline{Z}_R \underline{I}_R$$

$$\underline{V}_{SO} = \underline{Z}_S \underline{I}_S$$

$$\underline{V}_{TO} = \underline{Z}_T \underline{I}_T$$

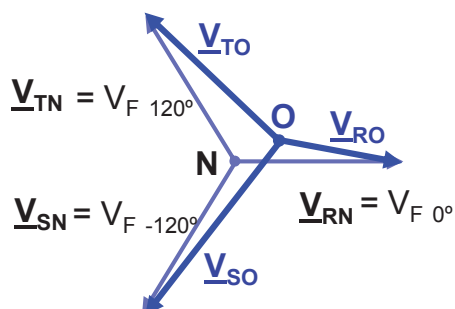


Figura 1.27. Sistema desequilibrado. Carga en estrella sin neutro. Diagrama vectorial

La potencia del circuito es:

$$P = V_{RO} I_R \cos \alpha + V_{SO} I_S \cos \beta + V_{TO} I_T \cos \gamma$$

Se observa que:

- Las tensiones entre los extremos de cada impedancia pueden variar considerablemente desde el valor de la tensión de cada fase.
- Se produce un desplazamiento del punto común de “N” a “O”.

1.6 MEDIDA DE POTENCIAS EN C.A. TRIFÁSICA

En la medida de la potencia con vatímetros monofásicos se pueden presentar los siguientes casos:

- Sistemas equilibrados con neutro.
- Sistemas equilibrados sin neutro.
- Sistemas desequilibrados sin neutro.
- Sistemas desequilibrados con neutro.

1.6.1 Sistemas equilibrados con neutro

Es suficiente con un vatímetro. La potencia es igual en cada una de las fases, por tanto, bastará con medir la potencia de una de las tres fases, W , y multiplicar la lectura del vatímetro por tres (figura 1.28):

$$P = 3 W$$

[1.8]

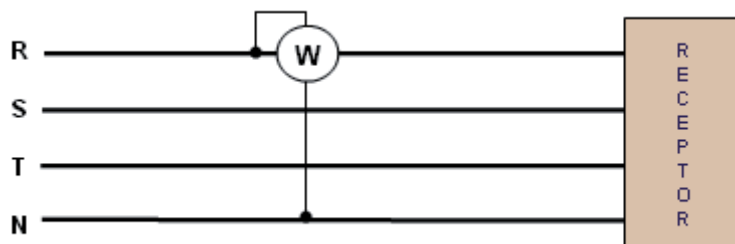


Figura 1.28. Sistema equilibrado con neutro. Medida de potencia activa

En efecto, al estar el circuito equilibrado, el ángulo φ es el mismo en todas las fases, las potencias de cada fase son:

$$P_R = V_{RN} I_R \cos \varphi \quad P_S = V_{SN} I_S \cos \varphi \quad P_T = V_{TN} I_S \cos \varphi$$

Como:

$$V_{RN} = V_{SN} = V_{TN} = V_F$$

$$I_R = I_S = I_T = I_L$$

$$P_R = P_S = P_T = P_F$$

Se obtiene:

$$P = P_R + P_R + P_R = 3 P_F$$

1.6.2 Sistemas equilibrados sin neutro

En un sistema trifásico de tres conductores, figura 1.29, no se dispone de neutro para la bobina de tensión del vatímetro a la tensión de fase, pero se puede formar un neutro artificial con dos resistencias, R , que tengan el mismo valor óhmico que el circuito voltimétrico del vatímetro, R_W . En los vatímetros comerciales para sistemas trifásicos sin neutro, las dos resistencias, R , ya van instaladas en el interior del aparato, presentando éste dos bornes de intensidad, para intercalar en una fase, y tres bornes de tensión que se deben conectar en cada una de las tres fases. La potencia se obtiene por la misma fórmula [1.7] anterior:

$$P = 3 W$$

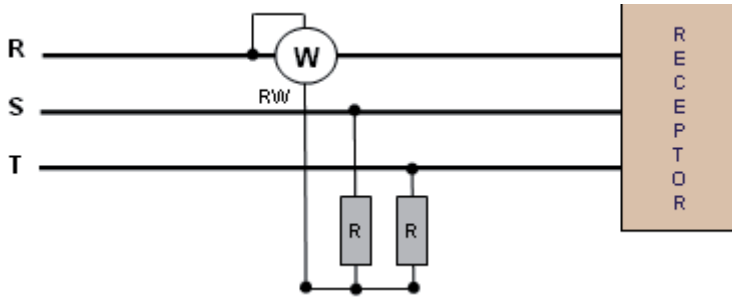


Figura 1.29. Sistema equilibrado sin neutro. Medida de potencia activa

Para la medida de la potencia reactiva Q mediante un vatímetro se utiliza el montaje de la figura 1.30, obteniéndose su valor por la fórmula:

$$Q = \sqrt{3} W \quad [1.9]$$

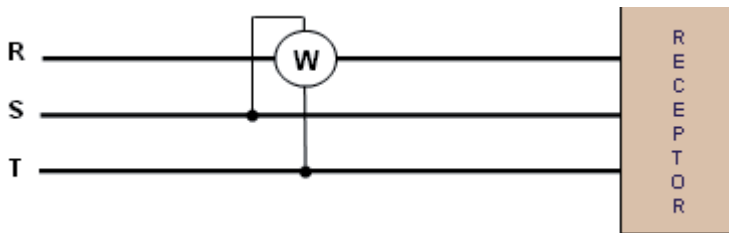


Figura 1.30. Sistema equilibrado sin neutro. Medida de potencia reactiva

En efecto, figura 1.31, se tiene:

$$\begin{aligned} W &= V_{ST} I_R \cos(\angle V_{ST}, I_R) \\ W &= V_L I_L \cos(\pi/2 - \varphi) = V_L I_L \sin \varphi \\ \sqrt{3} W &= \sqrt{3} V_L I_L \sin \varphi = Q \end{aligned}$$

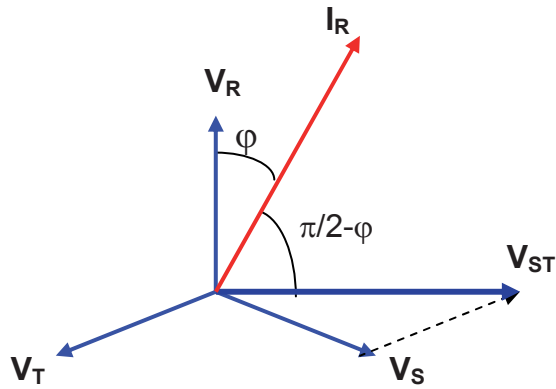


Figura 1.31. Sistema equilibrado sin neutro. Medida de potencia reactiva

1.6.3 Sistemas desequilibrados sin neutro

Mediante tres vatímetros, conectándose un vatímetro a cada una de las fases, figura 1.32, y las conexiones de los bobinas voltimétricas se unen, por una parte, a la fase correspondiente y por otra a un punto común P. La potencia del sistema se obtiene por la fórmula:

$$P = W_1 + W_2 + W_3 \quad [1.10]$$

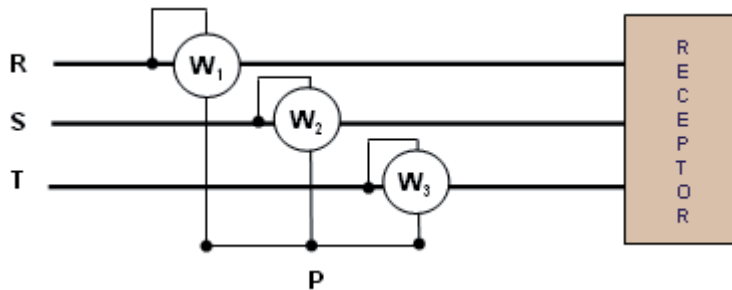


Figura 1.32. Sistemas desequilibrados sin neutro. Medida de potencia activa

En efecto, si el punto P tiene una tensión V referida al centro de la estrella del generador o transformador, se tiene:

$$W_1 + W_2 + W_3 = \frac{1}{T} \int_0^T (V_R - v) i_1 dt + \frac{1}{T} \int_0^T (V_S - v) i_2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T (V_T - v) i_3 dt$$

$$W_1 + W_2 + W_3 = \frac{1}{T} \int_0^T (V_R i_R + V_S i_S + V_T i_T) dt - \frac{1}{T} \int_0^T v (i_R + i_S + i_T) dt$$

$$\text{Como: } i_R + i_S + i_T = 0$$

$$W_1 + W_2 + W_3 = \frac{1}{T} \int_0^T (V_R i_R + V_S i_S + V_T i_T) dt = P$$

Para la medida de la potencia reactiva Q mediante un vatímetro se utiliza el montaje de la figura 1.33, obteniéndose su valor por la fórmula:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}} (W_1 + W_2 + W_3) \quad [1.11]$$

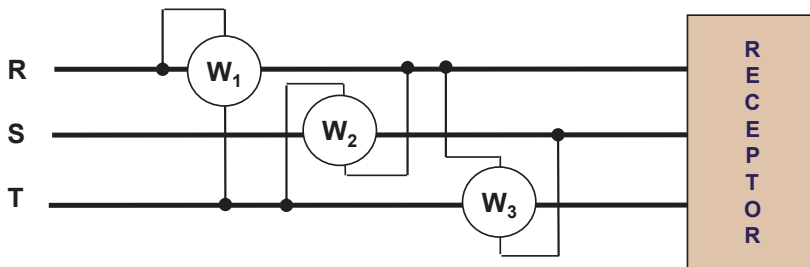


Figura 1.33. Sistemas desequilibrados sin neutro. Medida de potencia reactiva

En efecto, figuras 1.33 y 1.34, se tiene:

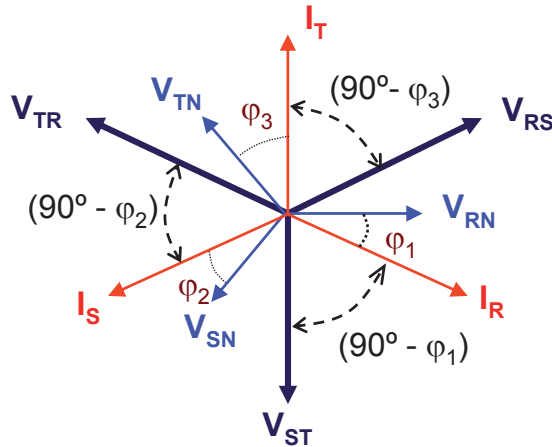


Figura 1.34. Sistemas desequilibrados sin neutro. Diagrama vectorial

Las potencias marcadas por los vatímetros:

$$W_1 = I_R V_{ST} \cos (I_R V_{ST}) = I_R V_{ST} \cos (90 - \varphi_1) = I_R V_{ST} \operatorname{sen} \varphi_1$$

$$W_2 = I_S V_{TR} \cos (I_S V_{TR}) = I_S V_{TR} \cos (90 - \varphi_2) = I_S V_{TR} \operatorname{sen} \varphi_2$$

$$W_3 = I_T V_{RS} \cos (I_T V_{RS}) = I_T V_{RS} \cos (90 - \varphi_3) = I_T V_{RS} \operatorname{sen} \varphi_3$$

Sumando, y teniendo en cuenta que el sistema es equilibrado en tensiones ($V_{ST} = V_{TR} = V_{RS} = V_L = \sqrt{3} V_F$):

$$W_1 + W_2 + W_3 = I_R V_{ST} \operatorname{sen} \varphi_1 + I_S V_{ST} \operatorname{sen} \varphi_2 + I_T V_{ST} \operatorname{sen} \varphi_3$$

$$W_1 + W_2 + W_3 = I_R V_L \operatorname{sen} \varphi_1 + I_S V_L \operatorname{sen} \varphi_2 + I_T V_L \operatorname{sen} \varphi_3$$

$$W_1 + W_2 + W_3 = \sqrt{3} I_R V_F \operatorname{sen} \varphi_1 + \sqrt{3} I_S V_F \operatorname{sen} \varphi_2 + \sqrt{3} I_T V_F \operatorname{sen} \varphi_3$$

De donde:

$$Q = I_R V_F \operatorname{sen} \varphi_1 + I_S V_F \operatorname{sen} \varphi_2 + I_T V_F \operatorname{sen} \varphi_3 = 1/\sqrt{3} (W_1 + W_2 + W_3)$$

Como se quería demostrar.

Método de los dos vatímetros

En estos casos se puede emplear el método de los dos vatímetros, figura 1.35, o conexión Arón, tanto en los sistemas **desequilibrados** como **equilibrados**, **siempre que carezcan de neutro**. La potencia del receptor viene dada por la suma de las potencias indicadas en los dos vatímetros.

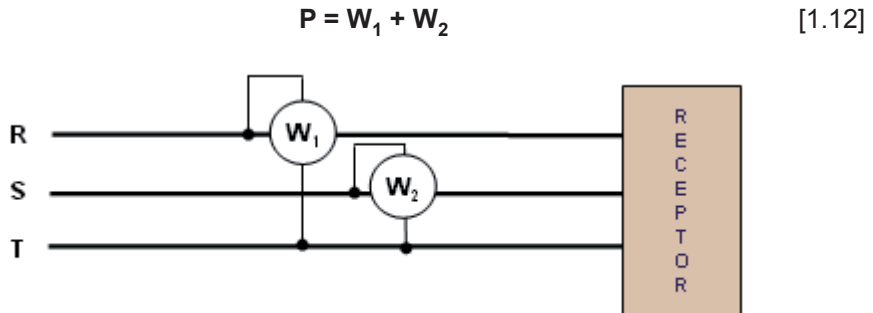


Figura 1.35. Sistemas sin neutro. Medida de potencia activa. Método de los dos vatímetros

En efecto, procediendo con valores instantáneos, se tiene:

$$p = v_{RO} i_R + v_{SO} i_S + v_{TO} i_T \quad [1.13]$$

Como no existe neutro:

$$i_R + i_S + i_T = 0$$

$$i_T = -(i_R + i_S)$$

Sustituyendo en 1.12:

$$p = v_{RO} i_R + v_{SO} i_S - v_{TO} i_R - v_{TO} i_S = (v_{RO} - v_{TO}) i_R + (v_{SO} - v_{TO}) i_S$$

$$p = v_{RT} i_R + v_{ST} i_S = w_1 + w_2 \quad [1.14]$$

Por lo tanto, el valor instantáneo de la potencia total es igual a la suma de las potencias instantáneas, w_1 y w_2 , que indican los vatímetros conectados según la figura 1.32. En la práctica los vatímetros dan las indicaciones de los valores medios W_1 y W_2 , pasando la ecuación [1.13] a los valores medios aritméticos de la ecuación [1.11].

En el caso de un **sistema equilibrado**, figura 1.36, se tiene:

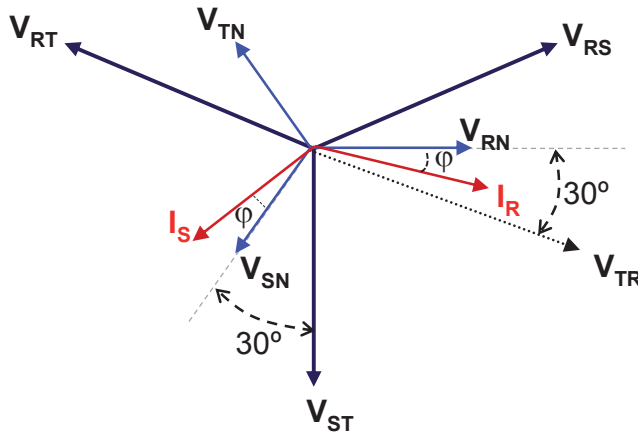


Figura 1.36. Sistemas sin neutro. Sistema equilibrado. Método de los dos vatímetros

$$W_1 = V_{RT} I_R \cos (V_{RT}, I_R) = V_L I_L \cos (30^\circ - \varphi)$$

$$W_2 = V_{ST} I_S \cos (V_{ST}, I_S) = V_L I_L \cos (30^\circ + \varphi)$$

Como:

$$\cos (30^\circ + \varphi) = \cos 30^\circ \cos \varphi - \operatorname{sen} 30^\circ \operatorname{sen} \varphi$$

$$\cos (30^\circ - \varphi) = \cos 30^\circ \cos \varphi + \operatorname{sen} 30^\circ \operatorname{sen} \varphi$$

Sustituyendo y sumando:

$$W_1 + W_2 = V_L I_L 2 \cos 30^\circ \cos \varphi = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi = P \quad [1.15]$$

Por otra parte, se puede obtener la potencia reactiva Q, restando:

$$W_1 - W_2 = V_L I_L 2 \operatorname{sen} 30^\circ \operatorname{sen} \varphi = V_L I_L \operatorname{sen} \varphi = Q/\sqrt{3} \quad [1.16]$$

De donde:

$$Q = \sqrt{3} (W_1 - W_2) \quad [1.17]$$

Casos particulares para un sistema equilibrado:

- Si $\cos \varphi = 1 \Rightarrow W_1 = W_2$.
- Si $\cos \varphi = 0,5$ (en adelanto o en retraso) \Rightarrow uno de los dos vatímetros marcará 0 W.
- Si $\cos \varphi < 0,5$ en retraso \Rightarrow las desviaciones de los dos vatímetros son de sentido contrario.
- Si $\cos \varphi < 0,5$ en adelanto \Rightarrow las desviaciones de los dos vatímetros son de sentido contrario.

Cuando las desviaciones de los vatímetros son de sentido contrario, es preciso restar la potencia indicada por uno de los vatímetros de la señalada por el otro:

$$P = W_2 - W_1 \quad \text{o} \quad P = W_1 - W_2$$

1.6.4 Sistemas desequilibrados con neutro

La potencia del receptor viene dada por la suma de las potencias indicadas en los tres vatímetros, figura 1.37.

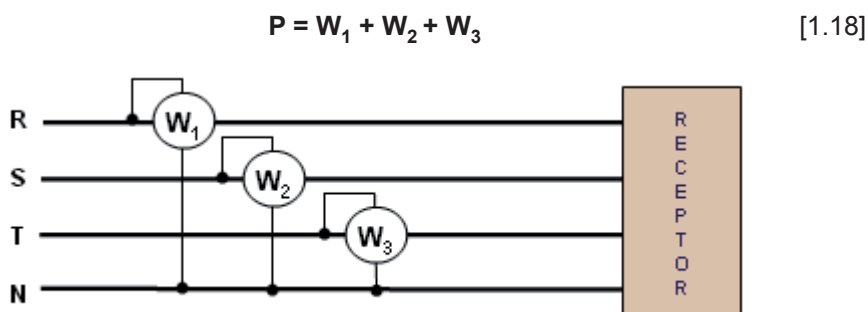


Figura 1.37. Sistemas desequilibrados con neutro. Medida de la potencia activa

En efecto, figura 1.38, las potencias de cada fase son:

$$P_R = V_{RN} I_R \cos \varphi_{RN} \quad P_S = V_{SN} I_S \cos \varphi_{SN} \quad P_T = V_{TN} I_S \cos \varphi_{TN}$$

$$P = P_R + P_S + P_T = W_1 + W_2 + W_3$$

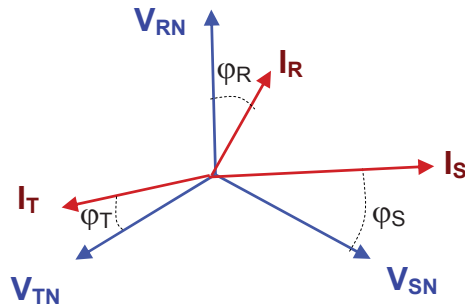


Figura 1.38. Sistemas desequilibrados con neutro. Diagrama vectorial

1.7 CORRECCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

Como ocurre con las distribuciones monofásicas, en las trifásicas la forma más frecuente de mejorar el f.d.p. es mediante condensadores. Esto se puede realizar de dos formas, figura 1.39:

- Condensadores asociados en triángulo.
- Condensadores asociados en estrella.

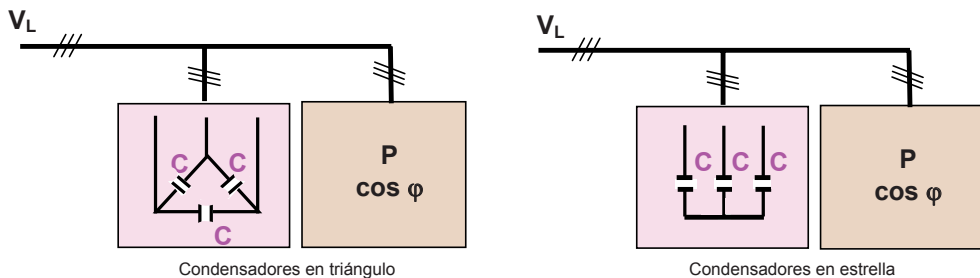


Figura 1.39. Corrección del factor de potencia

En ambos casos, si C es la capacidad de cada condensador, la potencia reactiva, figura 1.40, que ha de tener la asociación de condensadores es:

$$C = \frac{P (\operatorname{tag} \varphi' - \operatorname{tag} \varphi)}{3 V_C^2 \omega} \quad [1.19]$$

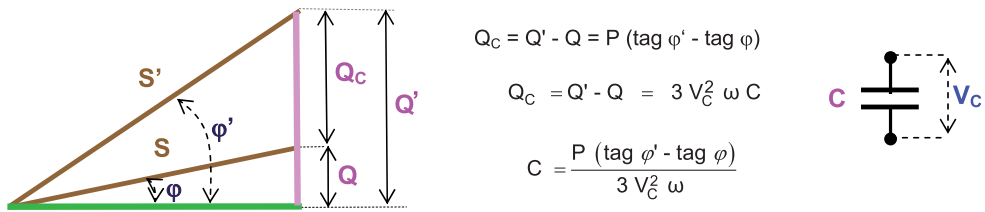


Figura 1.40. Corrección del f.d.p. Diagrama vectorial

1.7.1 Corrección con condensadores en triángulo

Como la tensión en bornes de cada condensador es la tensión de línea V_L (figura 1.41):

$$V_c = V_L$$

Sustituyendo en la fórmula [1.18], se obtiene la capacidad de cada condensador:

$$\frac{P (\text{tag } \varphi' - \text{tag } \varphi)}{3 V_L^2 \omega} \quad [1.20]$$

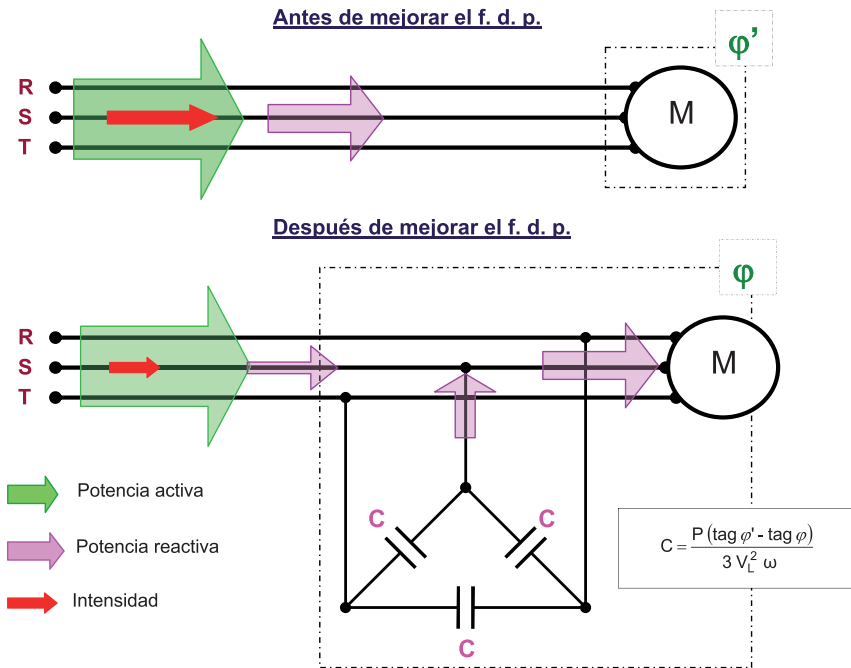


Figura 1.41. Corrección del f.d.p. Condensadores en triángulo

1.7.2 Corrección con condensadores en estrella

Como la tensión en bornes de cada condensador es la tensión de fase V_F (figura 1.42):

$$V_C = V_F = V_L / \sqrt{3}$$

Sustituyendo en la fórmula [1.10], se obtiene la capacidad que ha de tener cada condensador:

$$C = \frac{P (\tan \varphi' - \tan \varphi)}{V_L^2 \omega} \quad [1.21]$$

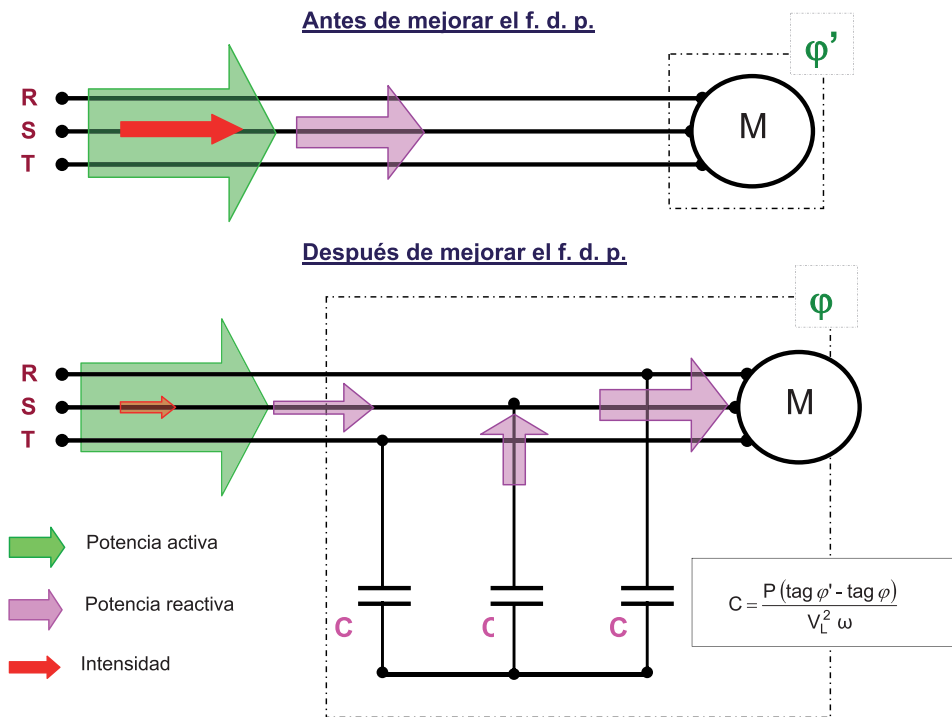


Figura 1.42. Corrección del f.d.p. Condensadores en estrella

Nótese que la capacidad de cada condensador en triángulo es 1/3 de la capacidad en estrella, pero la tensión en bornes de cada uno es $\sqrt{3}$ superior a la tensión en estrella.

EJERCICIOS RESUELTOS

PROBLEMA 1.1

La tensión alterna en los extremos del circuito formado por los tres elementos de la figura 1.43 es de 230 V, 50 Hz. El valor de cada magnitud es: resistencia $R = 50 \Omega$, coeficiente de autoinducción de la bobina $L = 100 \text{ mH}$ y capacidad del condensador $C = 50 \mu\text{F}$. Determinar:

- Valores que han de marcar el amperímetro A y el voltímetro V.
- Diagrama de las tensiones en bornes de cada elemento, de la tensión marcada por el voltímetro V y tensión total.
- Factor de potencia de la instalación y potencia marcada por el vatímetro.

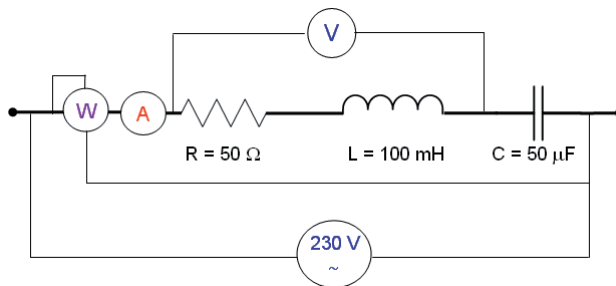


Figura 1.43

Solución propuesta

Se representan las tensiones parciales en el circuito, figura 1.44.

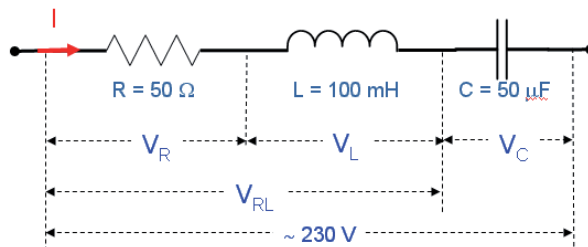


Figura 1.44

a) Valores que han de marcar el amperímetro A y el voltímetro V .

Impedancia Z :

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 31,4 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = 63,7 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{50^2 + (31,4 - 63,7)^2} = 59,5 \Omega$$

Intensidad que marca el amperímetro:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{230}{59,5} = 3,86 \text{ A}$$

Tensión que marca el voltímetro:

$$Z_{RL} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{50^2 + 31,4^2} = 59 \Omega$$

$$V_{RL} = I \cdot Z_{RL} = 3,86 \cdot 59 = 227 \text{ V}$$

Estos resultados también se pueden obtener utilizando los números complejos:

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = 50 + j(31,4 - 63,66) = 50 - j32,25 \Omega$$

$$\underline{Z} = 50 - j32,25 \Rightarrow \begin{cases} Z = \sqrt{50^2 + 32,25^2} = 59,49 \Omega \\ \varphi = \text{arc tag } \frac{-32,25}{50} = -32,8^\circ \end{cases}$$

Tomando como referencia $\underline{V} = 230_{0^\circ}$, se tiene:

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}} = \frac{230_{0^\circ}}{59,49_{-32,8}} = 3,86_{32,8^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{Z}_{RL} = R + jX_L = 50 + j31,4 = 59_{32,12^\circ} \Omega$$

$$\underline{V}_{RL} = \underline{I} \cdot \underline{Z}_{RL} = 3,86_{0^\circ} \cdot 59_{32,12^\circ} = 227,7_{32,12^\circ} \text{ V}$$

b) Diagrama de las tensiones en bornes de cada elemento, de la tensión marcada por el voltímetro V y tensión total, figura 1.45.

Se hallan las tensiones parciales:

$$V_R = R \cdot I = 50 \cdot 3,86 = 193 \text{ V}$$

$$V_L = X_L \cdot I = 31,4 \cdot 3,86 = 121,2 \text{ V}$$

$$V_C = X_C \cdot I = 63,7 \cdot 3,86 = 245,8 \text{ V}$$

Se toma como referencia el vector intensidad \underline{I} , y se representa \underline{V}_R (en fase), \underline{V}_L (adelantada 90°) y \underline{V}_C (retrasada 90°).

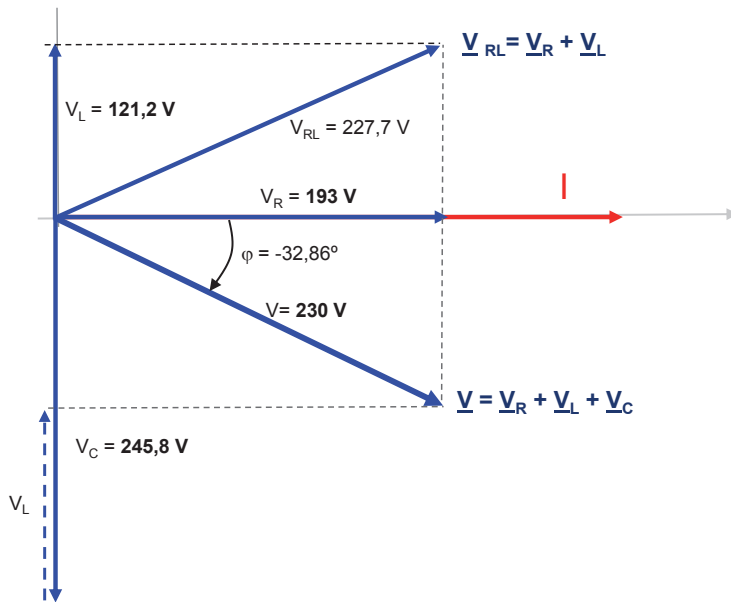


Figura 1.45

Se representa la suma de los vectores anteriores:

$$\underline{V}_{RL} = \underline{V}_R + \underline{V}_L$$

$$\underline{V} = \underline{V}_R + \underline{V}_L + \underline{V}_C$$

c) *Factor de potencia de la instalación y potencia marcada por el vatímetro W.*

$$\varphi = \text{arc tag } \frac{X_L - X_C}{R} = \text{arc tag } \frac{31,4 - 63,7}{50} = - 32,86^\circ$$

$$\text{f.d.p.} = \cos (- 32,8^\circ) = 0,84$$

El signo menos indica que la tensión retrasa respecto de la intensidad: factor de potencia capacitivo.

Potencia que marca el vatímetro:

$$P = V I \cos \varphi = 230 \cdot 3,86 \cdot \cos (- 32,86^\circ) = 745,7 \text{ W}$$

PROBLEMA 1.2

Un circuito eléctrico formado por los tres elementos indicados en la figura 1.46 se conecta, tal como indica el esquema, a una tensión alterna de 220 V, 50 Hz. Calcular:

- Valor que indicarán los amperímetros A_1 , A_2 y A_0 .
- Valor que indicará el voltímetro V_1 .
- Valor que indicará el vatímetro W .

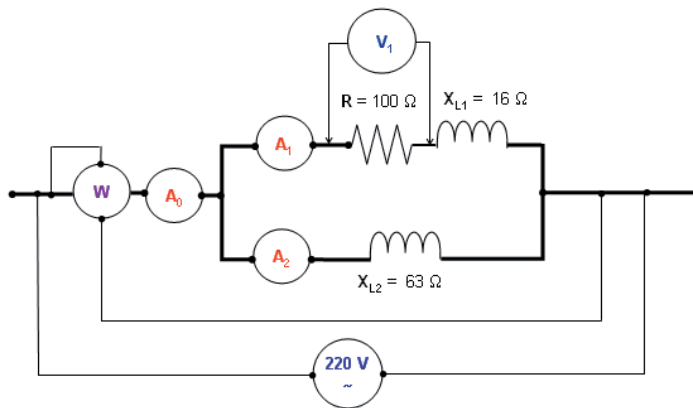


Figura 1.46

Solución propuesta

Se representa el circuito expresando las impedancias en forma binómica, figura 1.47.

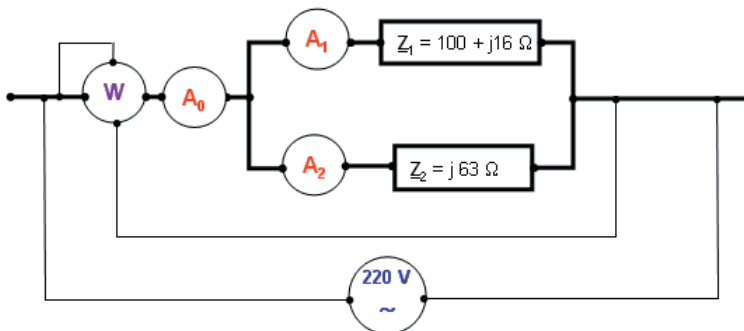


Figura 1.47

a) Valor que indicarán los amperímetros A_1 , A_2 y A_0 .

Se calculan las impedancias.

$$\underline{Z}_1 = 100 + j16 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Z_1 = \sqrt{100^2 + 16^2} = 101,3 \, \Omega \\ \varphi_1 = \arctag \frac{16}{100} = 9^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{Z}_1 = 101,3_{9^\circ} \, \Omega$$

$$\underline{Z}_2 = j63 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Z_2 = \sqrt{0^2 + 63^2} = 63 \, \Omega \\ \varphi_2 = \arctag \frac{63}{0} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{Z}_2 = 63_{90^\circ} \, \Omega$$

Tomando como origen de fases \underline{V} se calculan las intensidades, figura 1.48.

$$I_1 = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}_1} = \frac{220_{0^\circ}}{101,3_{9^\circ}} = 2,17_{-9^\circ} \, \text{A}$$

$$I_2 = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}_2} = \frac{220_{0^\circ}}{63_{90^\circ}} = 3,5_{-90^\circ} \, \text{A}$$

$$I_0 = I_1 + I_2 = 2,17_{-9^\circ} + 3,5_{-90^\circ} = 2,14 - j3,84 = 4,4_{-60,8^\circ} \, \text{A}$$

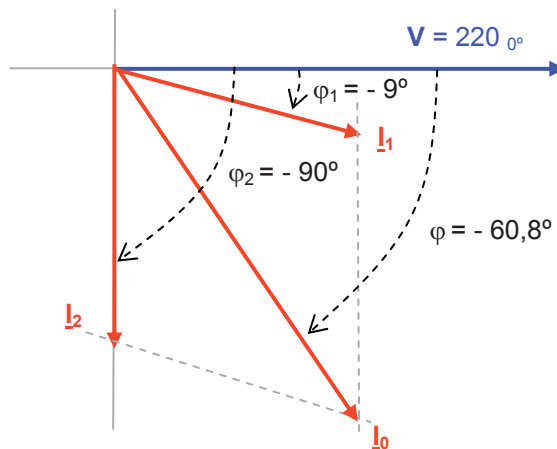


Figura 1.48

Amperímetro A_1 : 2,17 A.

Amperímetro A_2 : 3,5 A.

Amperímetro A_0 : 4,4 A.

b) Valor que indicará el voltímetro V_1 .

$$V_1 = I_1 R = 2,17 \cdot 100 = 217 \text{ V}$$

c) Valor que indicará el vatímetro W .

$$P = V I \cos \varphi = 220 \cdot 4,4 \cdot \cos 60,8^\circ = 472 \text{ W}$$

Teniendo en cuenta que la potencia activa es debida solo a la resistencia R , también se puede calcular por:

$$P = I_1^2 R = 2,17^2 \cdot 100 = 471 \text{ W}$$

PROBLEMA 1.3

De una línea monofásica de corriente alterna de 230 V, 50 Hz. se hace una derivación que alimenta dos cargas, figura 1.49, formadas por un receptor de 4500 W y f. d. p. 0,9 inductivo y un motor de potencia útil 0,75 CV, rendimiento 85% y $\cos \varphi = 0,8$. Calcular:

- Valor que han de marcar cada uno de los aparatos indicados en la figura: amperímetros A_0 , A_1 , A_2 y vatímetro W .
- Si el conjunto está conectado durante 6 horas continuas, gasto en euros sabiendo que 1 kWh cuesta 1 céntimo de €.

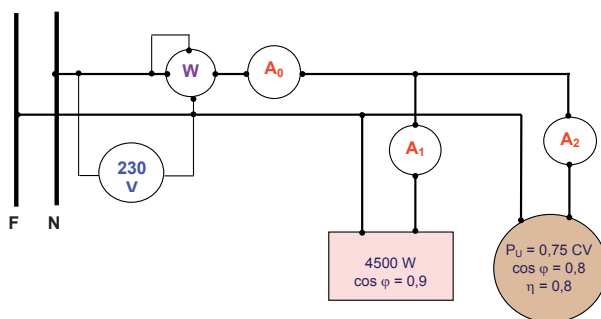


Figura 1.49

Solución propuesta

Se hace una representación gráfica, figura 1.50, que ayuda a identificar las cargas.

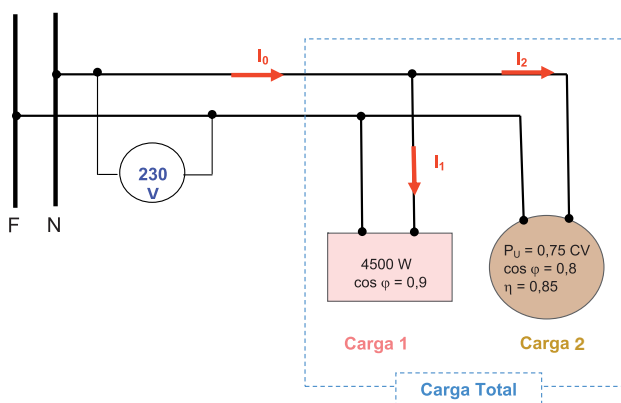


Figura 1.50

a) Valor que ha de marcar cada uno de los aparatos indicados en la figura: amperímetros A_1 , A_2 , A_0 y el vatímetro W y factor de potencia del conjunto de cargas.

Para la resolución de este ejercicio se elige el método de separación de potencias, figura 1.51.

$$\text{Carga 1} \left\{ \begin{array}{l} P_1 = 4.500 \text{ W} \\ I_1 = \frac{P_1}{V \cos \varphi_1} = \frac{4.500}{230 \cdot 0,9} = 21,7 \text{ A} \quad (\text{Amperímetro } A_1) \\ Q_1 = P_1 \cdot \text{tag } \varphi_1 = 4.500 \cdot 0,48 = 2.160 \text{ VAR} \end{array} \right.$$

$$\text{Carga 2} \left\{ \begin{array}{l} P_2 = \frac{P_u}{\eta} = \frac{0,75 \cdot 736}{0,85} = 649,4 \text{ W} \\ I_2 = \frac{P_2}{V \cos \varphi_2} = \frac{649,4}{230 \cdot 0,8} = 3,5 \text{ A} \quad (\text{Amperímetro } A_2) \\ Q_2 = P_2 \cdot \text{tag } \varphi_2 = 649,4 \cdot 0,75 = 487 \text{ VAR} \end{array} \right.$$

$$\text{Carga Total} \left\{ \begin{array}{l} P_0 = P_1 + P_2 = 4.500 + 649,4 = 5.149 \text{ W} \quad (\text{Vatímetro } W) \\ Q_0 = Q_1 + Q_2 = 2.160 + 487 = 2.647 \text{ VAR} \\ \varphi_0 = \text{arc tag } \frac{Q_0}{P_0} = \text{arc tag } \frac{2.647}{5.149} = 27,2^\circ \\ I_0 = \frac{P_0}{V \cos \varphi_0} = \frac{5.149}{230 \cdot \cos 27,2^\circ} = 25,2 \text{ A} \quad (\text{Amperímetro } A_0) \end{array} \right.$$

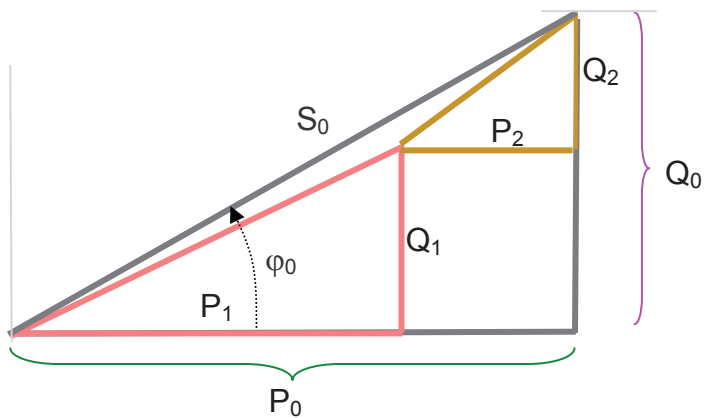


Figura 1.51

b) Si el conjunto está conectado durante 6 horas continuas, gasto en euros sabiendo que 1 kWh cuesta 1 céntimo de €.

$$\text{Energía consumida (kWh)} = P(\text{kW}) \cdot t(\text{h}) = 5149 \cdot 10^{-3} \cdot 6 = 30,9 \text{ kWh}$$

$$\text{Gasto en euros} = 30,9 \cdot 0,01 = 0,3 \text{ €}$$

PROBLEMA 1.4

Calcular la resistencia y el coeficiente de autoinducción de una bobina si para ello se monta el circuito de la figura 1.52 y los aparatos de medida marcan los valores que se indican.

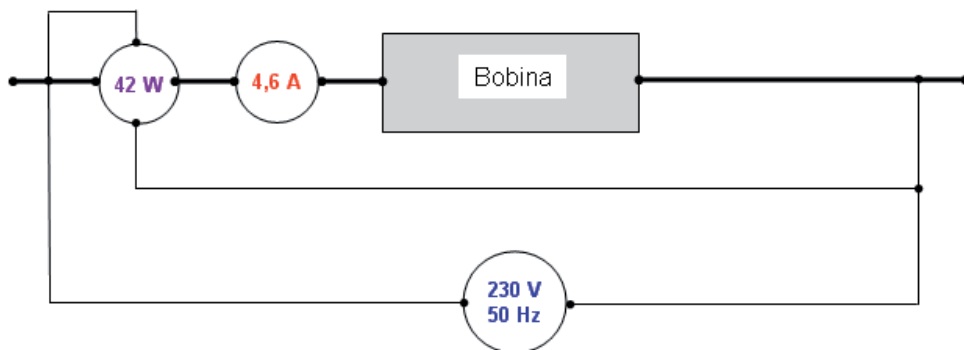


Figura 1.52

Solución propuesta

Impedancia de la bobina:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{230}{4,6} = 50 \Omega$$

Resistencia de la bobina:

$$P = I^2 R \Rightarrow R = \frac{P}{I^2} = \frac{42}{4,6^2} = 2 \Omega$$

Reactancia de la bobina:

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} \Rightarrow X_L = \sqrt{50^2 - 2^2} = 49,6 \Omega$$

Coefficiente de autoinducción de la bobina:

$$X_L = \omega \cdot L \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{49,6}{2 \cdot \pi \cdot 50} = 0,157 \text{ H} = 157 \text{ mH}$$

PROBLEMA 1.5

En una nave de una fábrica se desea conectar a una red trifásica 400/230 V 60 lámparas de neón de 230 V, 58 W y $\cos \varphi = 0,4$. El balastro de cada lámpara tiene una potencia suplementaria de 11 W.

- Mostrar la conexión de las mismas para conseguir que la carga esté equilibrada.
- Calcular la intensidad de la línea que las alimenta y la intensidad de cada fase.
- Ídem anterior pero si las lámparas están compensadas ($\cos \varphi = 1$).
- ¿Qué ocurre si se produce un desequilibrio de cargas? Poner un ejemplo.

Solución propuesta

a) *Mostrar la conexión de las mismas para conseguir que la carga esté equilibrada.*

Las lámparas se han de conectar a la tensión simple de 230 V, y con objeto de que el sistema quede equilibrado se conectan 20 lámparas (60/3) entre cada fase y el neutro, tal como indica el esquema de la figura 1.53.

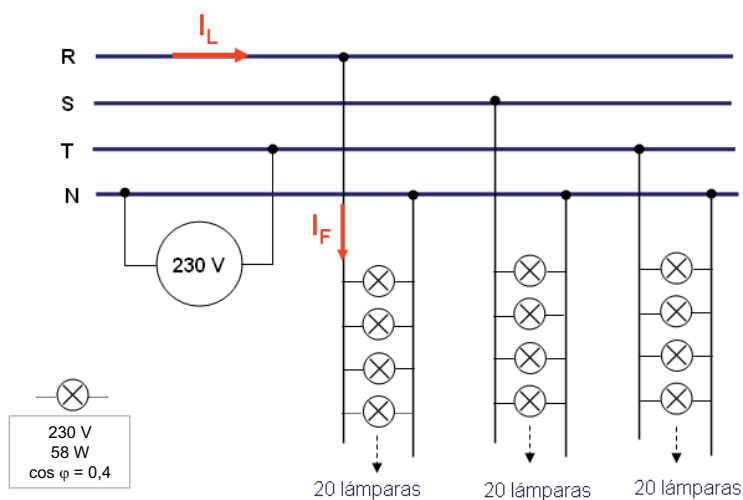


Figura 1.53

b) Calcular la intensidad de la línea que las alimenta y la intensidad de cada fase.

Potencia de lámpara y balastro:

$$P_L = 58 + 11 = 69 \text{ W}$$

Potencia por fase:

$$P_F = P_L \cdot 20 = 69 \cdot 20 = 1.380 \text{ W}$$

$$I_F = \frac{P_F}{V_F \cos \varphi} = \frac{1.380}{230 \cdot 0,4} = 15 \text{ A}$$

Este resultado también se puede obtener considerando la potencia total de las lámparas:

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3} V \cos \varphi} = \frac{3 \cdot 1.380}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,4} = 15 \text{ A}$$

c) Ídem anterior pero si las lámparas están compensadas ($\cos \varphi = 1$).

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3} V \cos \varphi} = \frac{3 \cdot 1.380}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 1} = 6 \text{ A}$$

d) ¿Qué ocurre si se produce un desequilibrio de cargas? Poner un ejemplo.

Entonces por el neutro circulará una corriente. Por ejemplo, supóngase que la fase T quede abierta, entonces como $I_T = 0$ la suma vectorial de las corrientes no es nula, y la resultante de I_R e I_S circulará por el neutro, figura 1.54.

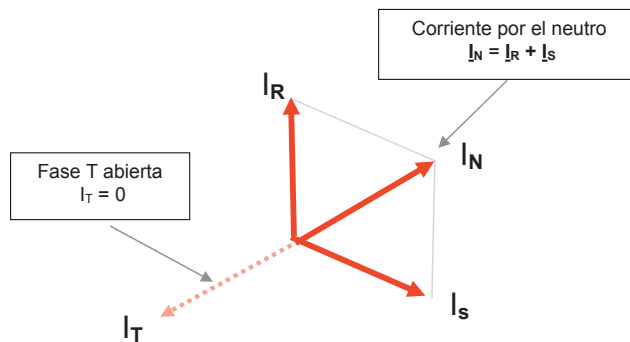


Figura 1.54

PROBLEMA 1.6

Una línea trifásica de 400 V alimenta un motor de 100 kW y factor de potencia 0,72, figura 1.55. Calcular:

- La potencia y la capacidad unitaria de la batería de condensadores en triángulo necesaria para corregir a 0,97 el factor de potencia de la instalación.
- Intensidad absorbida de la red antes y después de conectar la batería de condensadores.

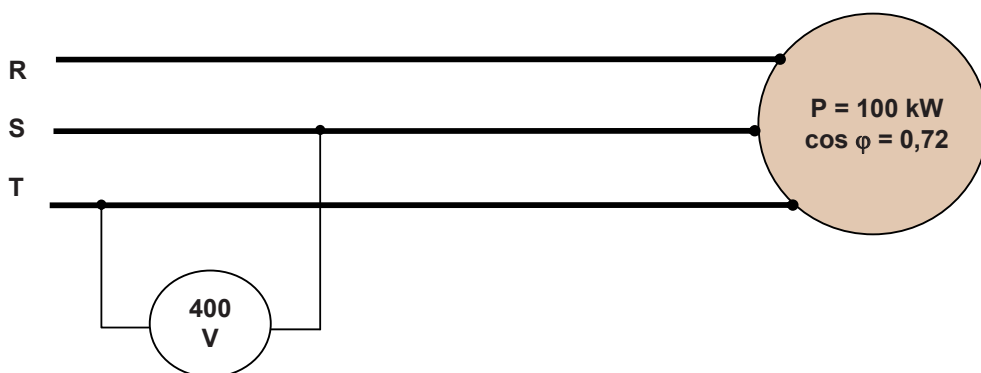


Figura 1.55

Solución propuesta

- La potencia y la capacidad unitaria de la batería de condensadores en triángulo necesaria para corregir a 0,97 el factor de potencia de la instalación.

En la figura 1.56 se muestran el esquema de la instalación y el flujo de potencias.

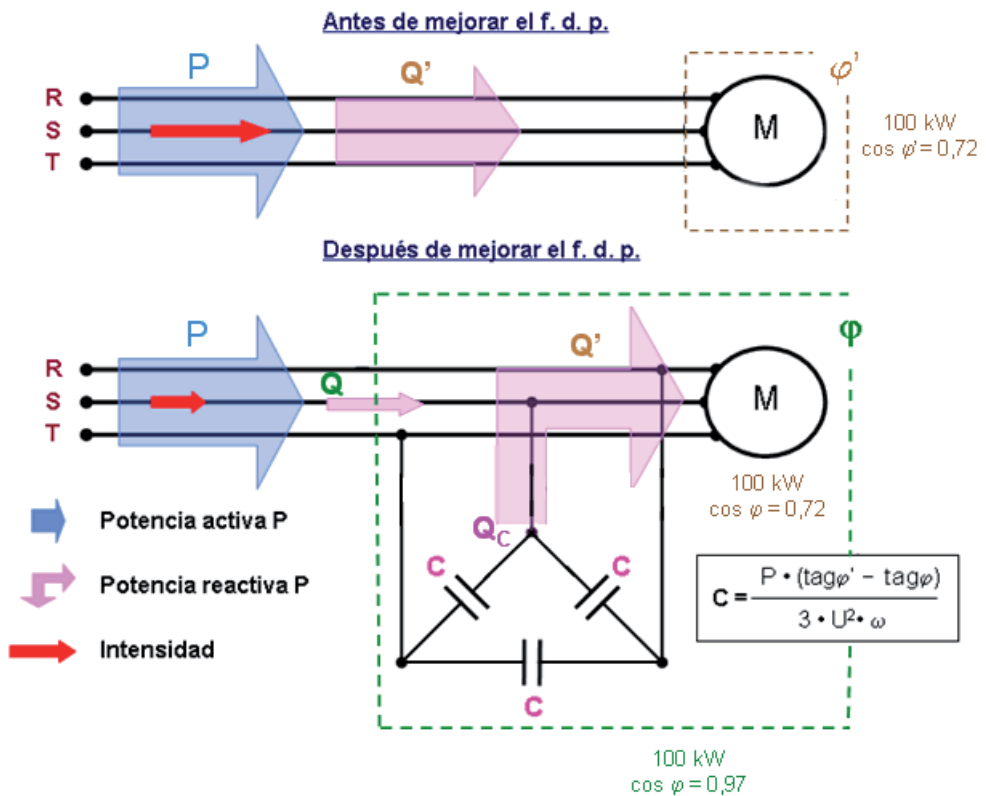


Figura 1.56

Factor de potencia antes y después.

$$\cos \varphi' = 0,72 \Rightarrow \text{tag} \varphi' = 0,96$$

$$\cos \varphi = 0,97 \Rightarrow \text{tag} \varphi = 0,25$$

Potencia Q_C de la batería de condensadores, figura 1.57.

$$Q_C = Q' - Q = P (\text{tag} \varphi' - \text{tag} \varphi)$$

$$Q_C = Q' - Q = 100.000 (0,96 - 0,25) = 71.000 \text{ VAR} = 71 \text{ kVAR}$$

La capacidad C de cada condensador.

$$C = P (\text{tag} \varphi' - \text{tag} \varphi) / 3 U^2 \omega = 71.000 / 3 \cdot 400^2 \cdot 314 = 471 \mu\text{F}$$

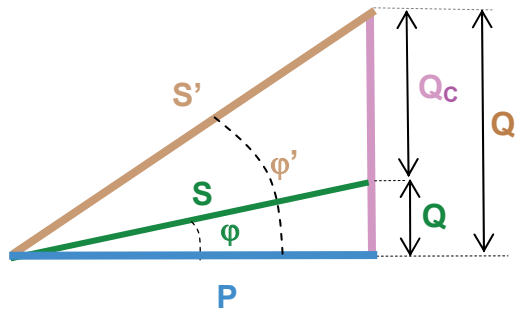


Figura 1.57

b) Intensidad absorbida de la red antes de conectar la batería de condensadores.

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} V \cos \varphi} = \frac{100.000}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,72} = 201 \text{ A}$$

Intensidad absorbida de la red después de conectar la batería de condensadores:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} V \cos \varphi} = \frac{100.000}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,97} = 149 \text{ A}$$

PROBLEMA 1.7

Un sistema trifásico de cuatro conductores, 400/230 V y secuencia RST, alimenta una carga en estrella con las impedancias que indica la figura 1.58.

- Hallar la intensidad que marcará cada uno de los amperímetros indicados en la figura.
- Dibujar el diagrama fasorial.
- Calcular la potencia del sistema.

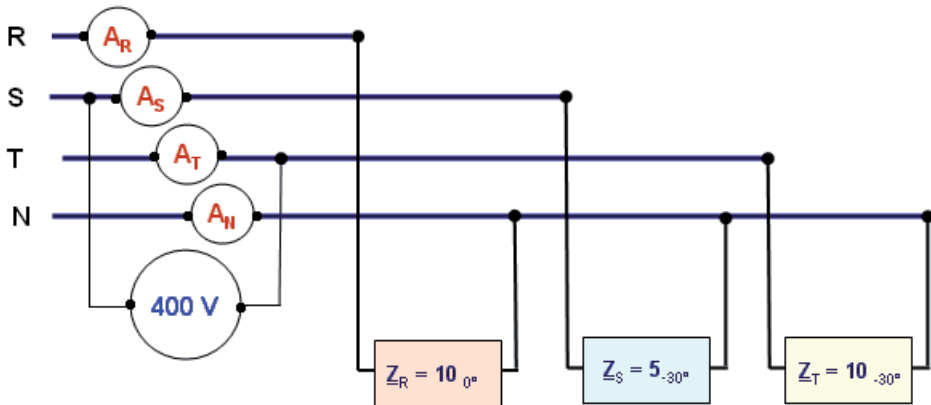


Figura 1.58

Solución propuesta

En el esquema de la figura 1.59 se indican las intensidades del circuito.

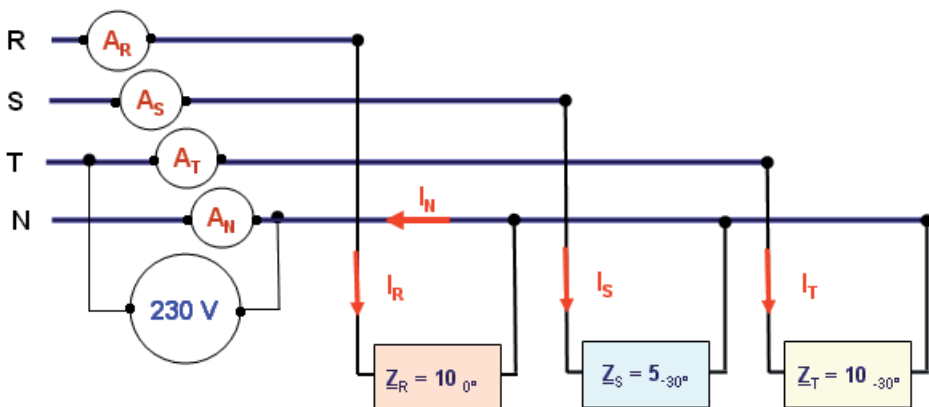


Figura 1.59

a) Intensidad que marcará cada uno de los amperímetros indicados en la figura.

Tomando \underline{V}_{RN} como origen de fases y como $V_F = V_L/\sqrt{3}$.

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{V}_{RN}}{\underline{Z}_R} = \frac{230 \angle 0^\circ}{10 \angle 0^\circ} = 23 \angle 0^\circ \text{ A} \quad (\text{Amperímetro R} = 23 \text{ A})$$

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{V}_{SN}}{\underline{Z}_S} = \frac{230 \angle -120^\circ}{5 \angle -30^\circ} = 46 \angle -90^\circ \text{ A} \quad (\text{Amperímetro S} = 46 \text{ A})$$

$$\underline{I}_T = \frac{\underline{V}_{TN}}{\underline{Z}_T} = \frac{230 \angle 120^\circ}{10 \angle -30^\circ} = 23 \angle 150^\circ \text{ A} \quad (\text{Amperímetro T} = 23 \text{ A})$$

$$\underline{I}_N = (\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T) = 23 \angle 0^\circ + 46 \angle -90^\circ + 23 \angle 150^\circ = 3 - j34,5 = 34 \angle -85^\circ \quad (\text{Amperímetro N} = 34 \text{ A})$$

b) Dibujar el diagrama fasorial. Figura 1.60.

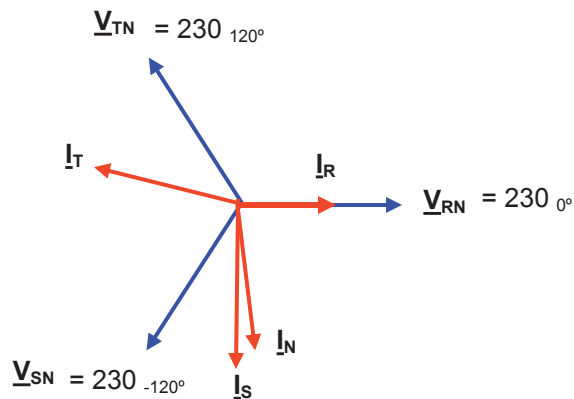


Figura 1.60

c) Calcular la potencia del sistema.

$$P = P_R + P_S + P_T$$

$$P_R = V_{RN} I_R \cos \varphi_R = 230 \cdot 23 \cdot \cos 0^\circ = 5.290 \text{ W}$$

$$P_S = V_{SN} I_S \cos \varphi_S = 230 \cdot 46 \cdot \cos (-30^\circ) = 9.162 \text{ W}$$

$$P_T = V_{TN} I_T \cos \varphi_T = 230 \cdot 23 \cdot \cos (-30^\circ) = 4.581 \text{ W}$$

$$P = P_R + P_S + P_T = 19.033 \text{ W}$$

PROBLEMA 1.8

En la instalación de la figura 1.61, la tensión es 400/230 V, 50 Hz.
Calcular:

- Indicación del amperímetro.
- Potencia del circuito.

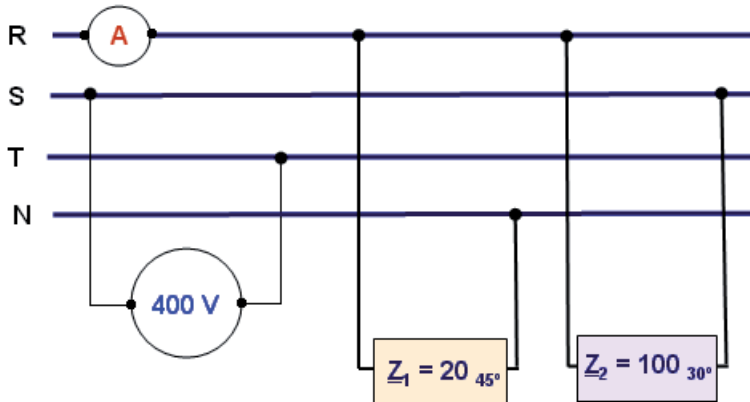


Figura 1.61

Solución propuesta

En el esquema de la figura 1.62 se indican las intensidades del circuito.

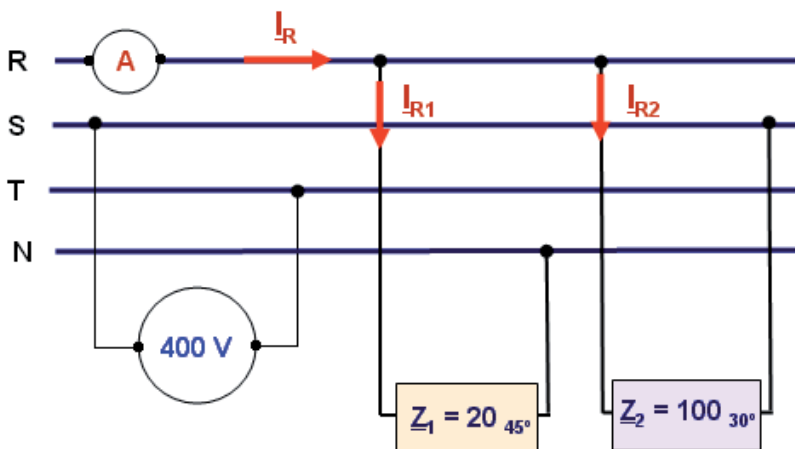


Figura 1.62

Se representa el diagrama fasorial, figura 1.63, que sirve de referencia.

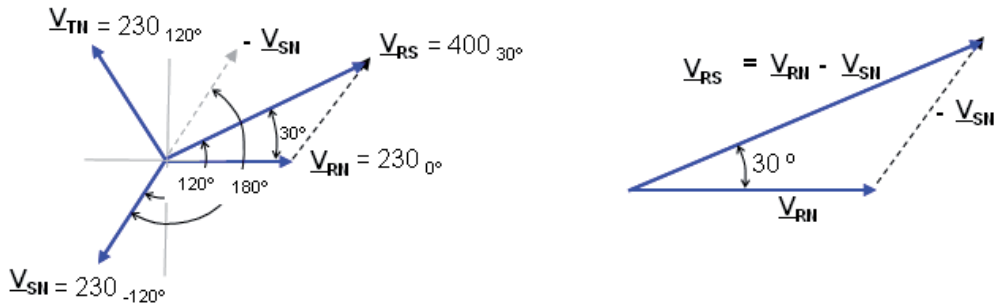


Figura 1.63

Se calculan las intensidades.

$$I_{R1} = \frac{V_{RN}}{Z_1} = \frac{230 \angle 0^\circ}{20 \angle 45^\circ} = 11,5 \angle -45^\circ \text{ A}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{RS}}{Z_2} = \frac{400 \angle 30^\circ}{100 \angle 30^\circ} = 4 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$I_R = I_{R1} + I_{R2}$$

$$I_R = 11,5 \angle -45^\circ + 4 \angle 0^\circ = 14,7 \angle -33,4^\circ \text{ A}$$

Indicación del amperímetro: 14,7 A

Se calculan las potencias.

$$R_1 = Z_1 \cos \varphi_1 = 20 \cdot \cos 45^\circ = 14,14 \Omega$$

$$R_2 = Z_2 \cos \varphi_2 = 100 \cdot \cos 30^\circ = 86,6 \Omega$$

$$P_T = I_{R1}^2 \cdot R_1 + I_{R2}^2 \cdot R_2$$

$$P_T = 11,5^2 \cdot 14,14 + 4^2 \cdot 86,6 = 3.256 \text{ W}$$

Potencia del circuito: 3.256 W

PROBLEMA 1.9

Una línea trifásica de 380 V y 50 Hz alimenta una instalación, figura 1.64, formada por:

- Un motor trifásico que suministra una potencia de 9,6 kW con un rendimiento del 80% y factor de potencia 0,8.
- Una carga trifásica de 8 kW y $\cos \varphi = 1$.
- Una carga trifásica de potencia activa 5 kW y potencia reactiva 5 kVAR.

Calcular:

- La corriente que marca el amperímetro A.
- Factor de potencia de la instalación.
- Suma de los valores de W_1 y de W_2 .
- Capacidad de cada condensador de una batería, que conectados en estrella permitan elevar el factor de potencia de la instalación a la unidad.

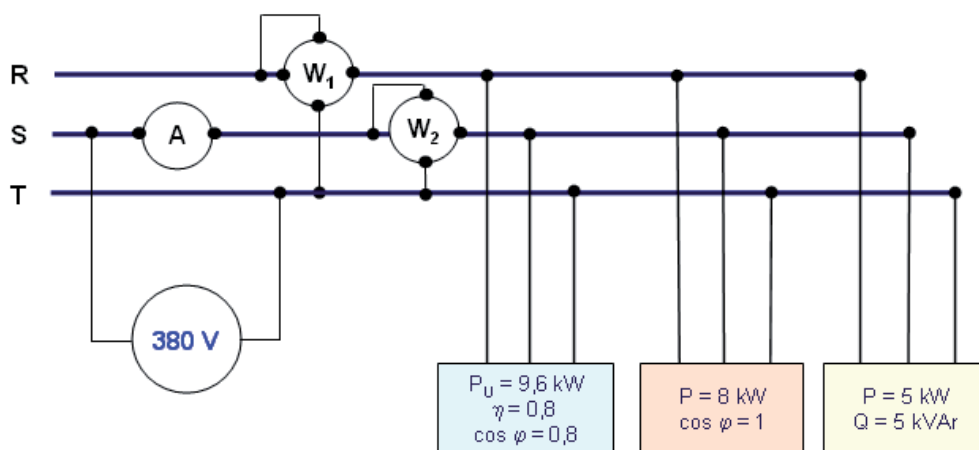


Figura 1.64

Solución propuesta

En la figura 1.65 se indica la forma de conexión de los condensadores.

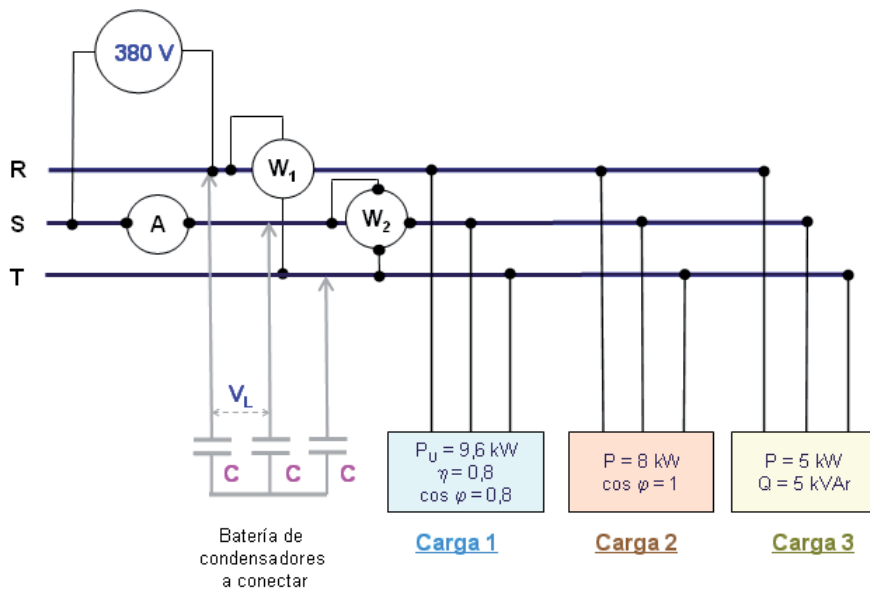


Figura 1.65

a) La corriente que marca el amperímetro A.

Para la carga 1.

$$P_1 = \frac{P_{\text{útil}}}{\eta} = \frac{9.600}{0.8} = 12.000 \text{ W}$$

$$\cos \varphi_1 = 0,8 \Rightarrow \varphi = 36,8^\circ$$

$$Q_1 = P_1 \tan \varphi_1 = 12.000 \cdot \tan 36,8^\circ = 9.000 \text{ VAR}$$

Para la carga 2.

$$P_2 = 8.000 \text{ W}$$

$$\cos \varphi_2 = 1 \Rightarrow \varphi_2 = 0^\circ$$

$$Q_2 = P_2 \tan \varphi_2 = 8.000 \cdot \tan 0^\circ = 0 \text{ VAR}$$

Para la carga 3.

$$P_3 = 5.000 \text{ W}$$

$$Q_3 = 5.000 \text{ VAR}$$

Potencia total del circuito.

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 12.000 + 8.000 + 5.000 = 25.000 \text{ W}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 9.000 + 0 + 5.000 = 14.000 \text{ VAR}$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{25.000^2 + 14.000^2} = 28.653 \text{ VAR}$$

$$I_L = \frac{S_T}{\sqrt{3} \cdot V_L} = \frac{28.653}{\sqrt{3} \cdot 380} = 43,53 \text{ A}$$

El amperímetro indica 45,53 A

b) Factor de potencia de la instalación.

$$\cos \varphi = \frac{P_T}{S_T} = \frac{25.000}{28.653} = 0,87$$

c) Suma de los valores de W_1 y de W_2 .

La suma $W_1 + W_2$ tal como están conectados (Método Aron) supone la potencia total de la instalación, es decir:

$$W_1 + W_2 = P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 25.000 \text{ W}$$

d) Capacidad de cada condensador de una batería, que conectados en estrella permitan elevar el factor de potencia de la instalación a la unidad.

Como el nuevo f.d.p. se quiere que sea 1, ($\cos \varphi = 1$) entonces la batería de condensadores debe compensar toda la energía reactiva de la carga ($\cos \varphi' = 0,87$), es decir:

$$\cos \varphi' = 0,87 \Rightarrow \varphi' = 29,25^\circ$$

$$\cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0^\circ$$

$$Q_C = P (\tan \varphi' - \tan \varphi)$$

$$Q_C = 25.000 (\tan 29,25^\circ - \tan 0^\circ) = 14.000 \text{ VAR}$$

$$C = \frac{Q_C}{V_L^2 \omega} = \frac{14000}{380^2 \cdot 314} = 3,09 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 309 \mu\text{F}$$

PROBLEMA 1.10

Una línea trifásica de 400 V, figura 1.66, sin neutro, alimenta un motor trifásico cuyas potencias se quieren medir. Para ello se dispone de un vatímetro monofásico, un voltímetro cuya escala es de 0-300 V y un amperímetro. Colocados adecuadamente las medidas obtenidas fueron:

- Vatímetro: 1200 W.
- Voltímetro: 228 V.
- Amperímetro: 6 A.

Se pide:

- a) Esquema de conexión de los aparatos de medida.
- b) Potencias activa, reactiva y aparente del motor.

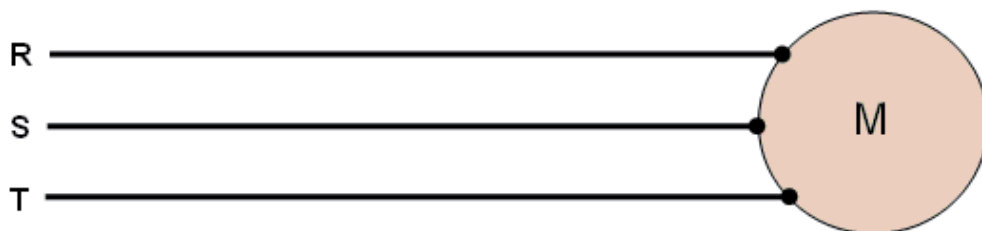


Figura 1.66

Solución propuesta

a) *Esquema de conexión de los aparatos de medida.*

En la figura 1.67 se indica la forma de conexión de los aparatos. Para ello se crea un neutro virtual tal como indica el esquema.

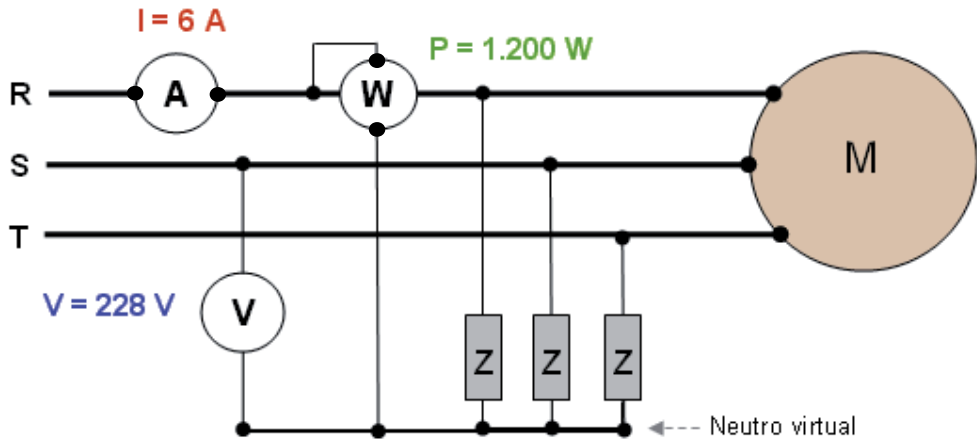


Figura 1.67

b) Potencias activa, reactiva y aparente.

Teniendo en cuenta que el vatímetro marca la potencia de una fase y el voltímetro la tensión de fase:

$$P = 3 \cdot 1.200 = 3.600 \text{ W}$$

$$V_L = \sqrt{3} V = \sqrt{3} \cdot 228 = 395 \text{ V}$$

$$S = \sqrt{3} V I = \sqrt{3} \cdot 395 \cdot 6 = 4.099 \text{ VA}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{4.099^2 - 3.600^2} = 1.960 \text{ VAR}$$